Parton statisztika
RHIC, LEP és LHC energián

Ürmössy Károly [1]

Témavezető: Biró Tamás Sándor

Kollégák: Barnaföldi G. G., Ván P., Kalmár G.

Simonyi nap

2013. október 21.

1, Wigner FK, RMI

e-mail: **karoly.uermoessy@cern.ch**

Témák

1, Fluktuációk és hatvány eloszlások

- *Példák a szil. fiz.-ben, e+e-, pp és AA ütközésekben*

2, Mikrokanonikus Jet-Fragmentáció

- *Jetek @ LEP & ATLAS: multiplicitás fluktuációk + mikrokanonikus jetek*
- *Kis x közelítés, skála fejlődés*

3, pp ütközésekben mért hadron spektrumok részecskeszám függése

- *dN/dpT @ pp: N és s függés*
- *Egyszerű modell: részecskeszám és energia fluktuációval*

Témák

1, Fluktuációk és hatvány eloszlások

- Példák a szil. fiz.-ben, e+e-, pp és AA ütközésekben

2, Mikrokanonikus Jet-Fragmentáció

- Jetek @ LEP & ATLAS: multiplicitás fluktuációk + mikrokanonikus jetek

- Kis x közelítés, skála fejlődés

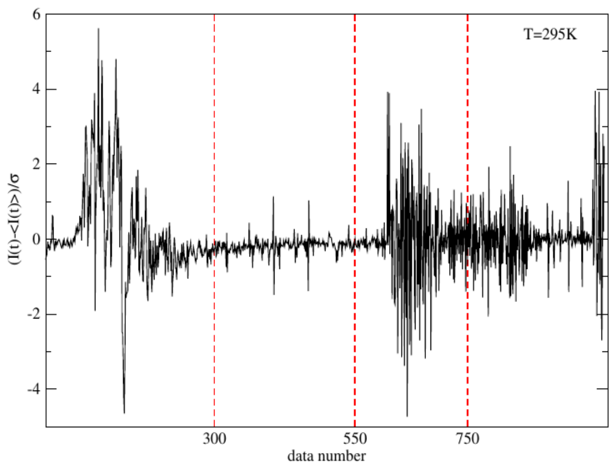
3, pp ütközésekben mért hadron spektrumok részecskeszám függése

- dN/dpT @ pp: N és s függés

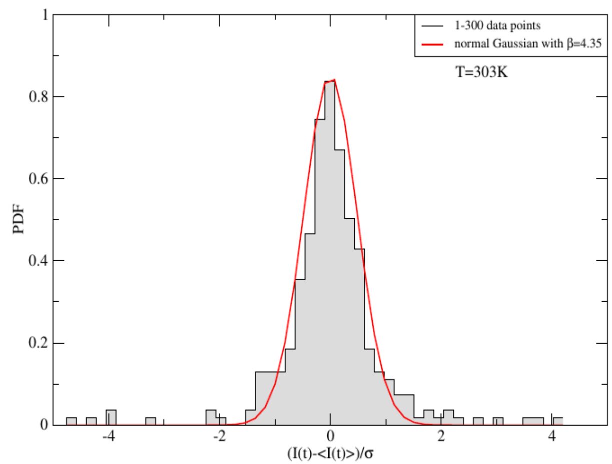
- Egyszerű modell: részecskeszám és energia fluktuációval

1. Fluktuációk és hatvány eloszlások

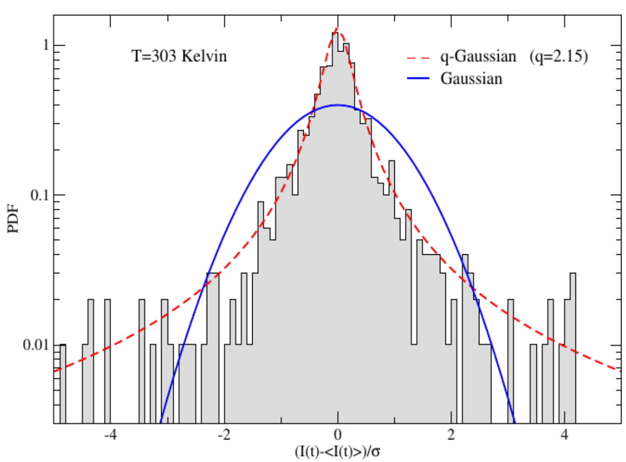
Euler-gamma típusú áram fluktuációk



Current differences through thin Al-PMMA-Al film at T = 295K



Local probability density of current differences.



Entire probability density of current differences.

$$x(t) \sim \frac{d}{dt}i(t) - \left\langle \frac{d}{dt}i(t) \right\rangle$$

$$p(x|\beta) \propto \exp\{-\beta x^2/2\}$$

$$p(x) = \left[1 + \hat{\beta}(q-1)\frac{x^2}{2}\right]^{-1/(q-1)}$$

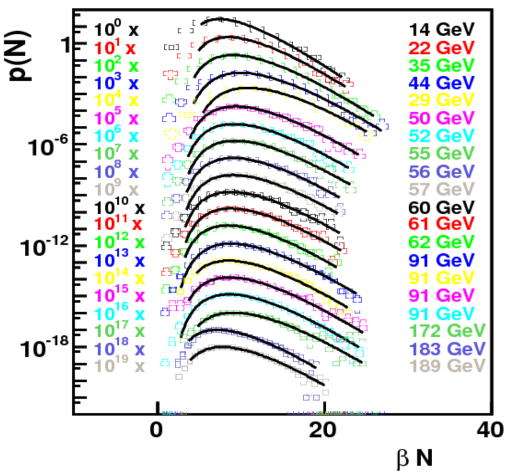
$$f(\beta) \propto \beta^{n/2-1} \exp\left\{-\frac{n\beta}{2\beta_0}\right\}$$

G. C. Yalcin, C. Beck, arXiv:1201.5011v1

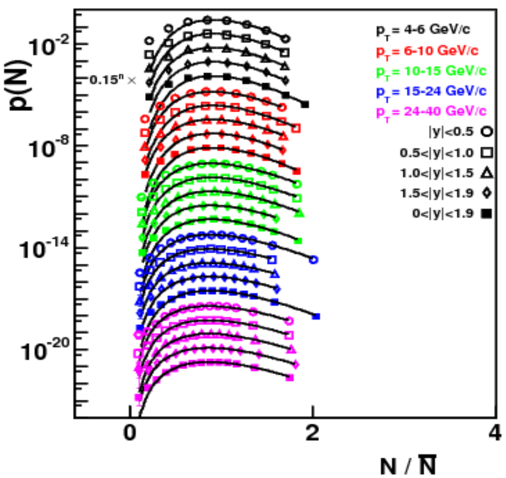
1. *Fluktuációk és hatvány eloszlások*

Euler-gamma típusú részecskeszám fluktuációk

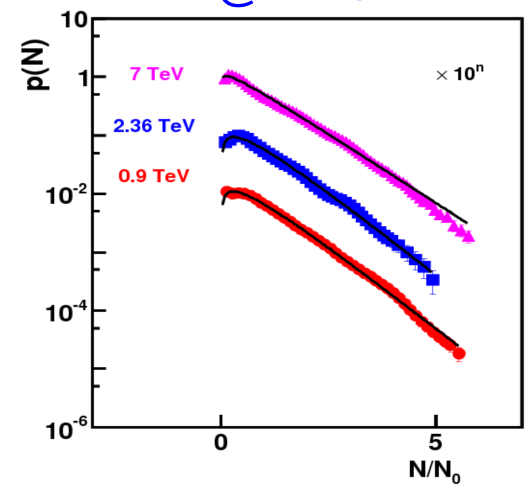
electron-positron annihiláció



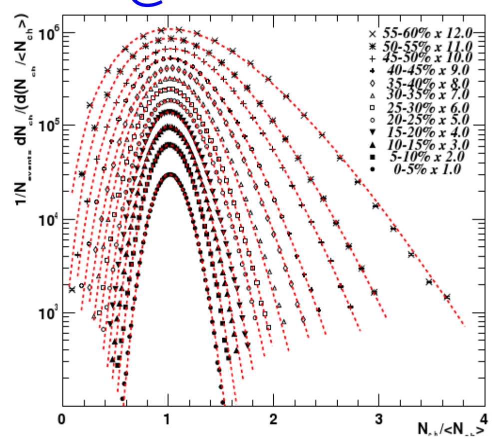
Jetek 7 TeV-es pp ütközésekben

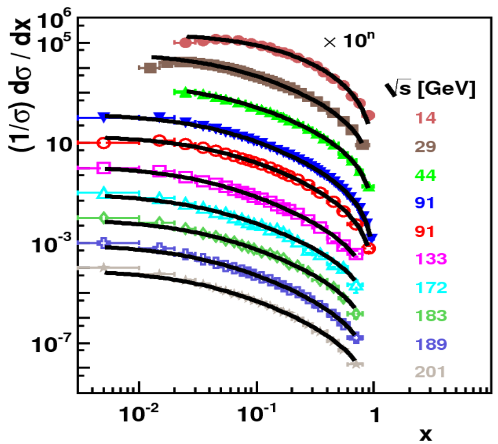


pp ütközések @ LHC

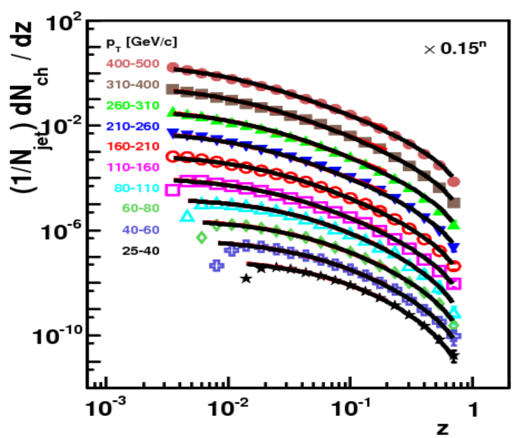


AuAu ütközések @200 AGeV

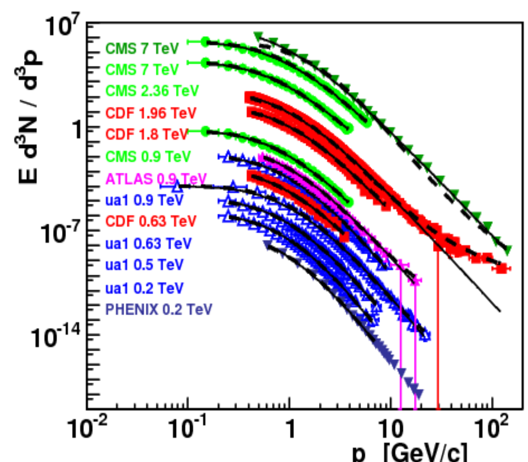




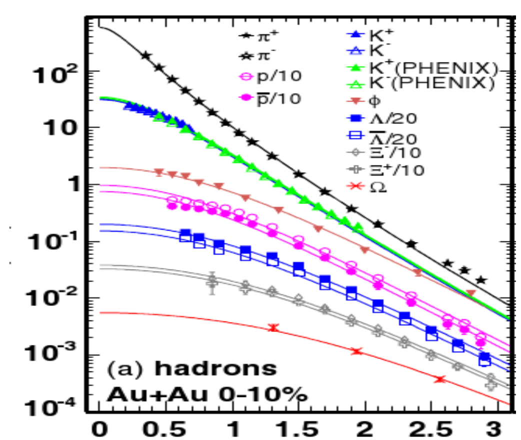
Urmossy et.al., *Phys. Lett. B*, **701**: 111-116 (2011)



Urmossy et. al., *Phys. Lett. B*, **718**, 125-129, (2012)



Urmossy, arXiv:1212.0260



J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **37** 085104 (2010), arXiv:0805.1521v1

1.

A kísérletekben legtöbbször multiplicitásra átlagolt spektrumot mérnek

A miltiplicitás eloszlások KNO-skálázása (Koba-Nielsen-Olesen):

$$p(N)=\frac{1}{\langle N(s)\rangle}\Psi\left(\frac{N-N_0}{\langle N(s)\rangle}\right)$$

- A. Rényi, Foundations of Probability, Holden-Day (1970).
- A. M. Polyakov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 59, 542 (1970).
- Z. Koba, H. B. Nielsen, P. Olesen, Nucl. Phys. B 40, 317 (1972).
- S. Hegyi, Phys. Lett. B: 467, 126-131, 1999.
- S. Hegyi, Proc. ISMD 2000, Tihany, Lake Balaton, Hungary, 2000
- Yu.L. Dokshitzer, Phys. Lett. B, 305, 295 (1993); LU-TP/93-3 (1993).

A kírérletekkel konzisztens konkrét függvényalak:

$$p(N) \propto (N-N_0)^{\alpha-1} e^{-\beta(N-N_0)}$$

Amiből az átlag hadron eloszlás:

$$\frac{d\sigma}{d^D x}=\sum f_N(x) N\, p(N)$$

1. Tsallis eloszlás N fluktuációkból

Ha egy ütközésben a hadron eloszlás *Boltzmann-Gibbs*,

$$f(\epsilon) = A\exp(-\beta\epsilon), \qquad E/n = DT$$

de a *részecskék száma ütközésről-ütközésre fluktuál, míg E = constant*

$$p(n) \propto n^{\alpha-1}\exp(-\alpha n/\langle n\rangle)$$

az *átlag eloszlás* a *Tsallis* eloszlás:

$$\frac{dN}{d^3p} = \int dn\, p(n) f_n(\epsilon) \propto \left(1 + \frac{D\langle n\rangle}{\alpha E}\epsilon\right)^{-(\alpha+D+1)}$$

$$\propto \left(1 + \frac{q-1}{T}\epsilon\right)^{-1/(q-1)}$$

1.

Mi a T paraméter?

Feltettük, hogy *egy ütközésben* a spektrum Boltzmann. Így az egyes ütközésekben a *hőmérséklet* az *egy részecskére eső átlag energia*:

$$egy \quad esemeny: \qquad \frac{E_{event}}{N_{event}} = D\,T_{event}$$

De *sok millió esemény átlagaként Tsallis eloszlást látunk,* T, q paramé-terrel. A mérés során gyűjtött *E összenergia* és a *részecskék N száma:*

$$\frac{E}{N} = \frac{\int \epsilon f_{TS}(\epsilon)}{\int f_{TS}(\epsilon)} = \frac{D\,T}{1-(q-1)(D+1)}$$

(m ≈ 0 részecskékre)

Témák

1, Fluktuációk és hatvány eloszlások

- Példák a szil. fiz.-ben, e+e-, pp és AA ütközésekben

2, Mikrokanonikus Jet-Fragmentáció

- Jetek @ LEP & ATLAS: multiplicitás fluktuációk + mikrokanonikus jetek

- Kis x közelítés, skála fejlődés

3, pp ütközésekben mért hadron spektrumok részecskeszám függése

- dN/dpT @ pp: N és s függés

- Egyszerű modell: részecskeszám és energia fluktuációval

2. Jet-fragmentáció e^+e^- és pp ütközésben

A $h_1, \ldots, h_N$ hadronok keltési hat.ker.metszete egy N hadront tartalmazó jetben

$$d\sigma^{h_1,\ldots,h_N} = |M|^2 \delta^{(4)}\left(\sum_i p^{\mu}_{h_i} - P^{\mu}_{tot}\right) d\Omega_{h_1,\ldots,h_N}$$

- **Ha a jet nagyon keskeny, a hadronok *közel egy irányba repülnek* (*kvázi 1 D!*).**
- ***Ha* hanyagoljuk a hadron tömegeket (*$m_i = 0$*), a *P_μ* megmaradás *E megmaradásra* egyszerűsödik.**
- **Ha *$|M| \approx$ konstans*, *1D-s mikrokanonikus sokaság*ot kapunk:**

$$d\sigma^{h_1,\ldots,h_N} \propto \delta\left(\sum_i \epsilon_{h_i} - E_{tot}\right) d\Omega_{h_1,\ldots,h_N}$$

2. Jet-fragmentáció e^+e^- és pp ütközésben

Így, egy *N* (0 tömegű) hadront tartalmazó jet hadronjainak *energia eloszlása*:

$$f_N(z) = A_N (1-z)^{N-2}, \qquad z = \frac{\epsilon_h}{E_{jet}}$$

- **A jet *hadronjainak száma fluktuál* (*kísérleti megfigyelés*):**

$$p(N) \propto (N - N_0)^{\alpha - 1} e^{-\beta (N - N_0)}$$

Vagy negatív-binomiális eloszlás

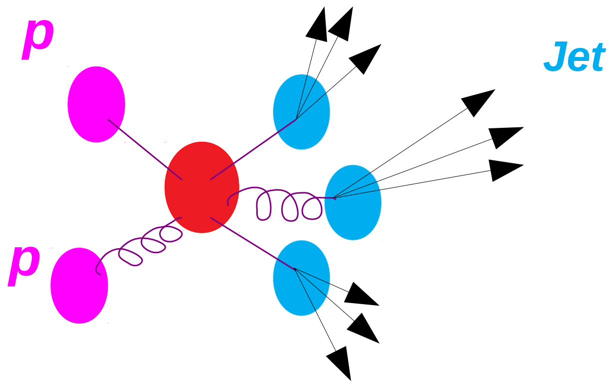
- **Így a *multiplicitásra átlagolt hadron eloszlás* (*fragmentációs függvény*):**

$$\frac{d\sigma}{dz} = \sum_{N=N_0}^{\infty} f_N(z) N p(N) \propto \frac{(1-z)^{\nu(N_0)}}{\left(1 - \frac{(q-1)}{T/E_{jet}} \ln(1-z)\right)^{1/(q-1)}}$$

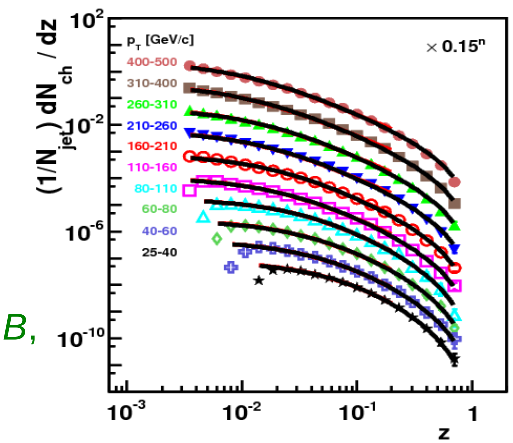
$$q = 1 + 1/(\alpha+2), \quad T = E_{jet} \beta/(\alpha+2), \quad \nu = N_0 - 2$$

2. Összevetés a mérésekkel

pp ütközés @LHC (pT = 25–500 GeV/c)

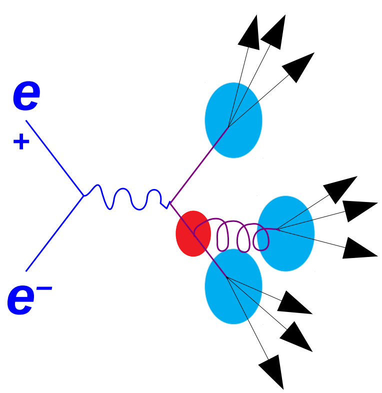


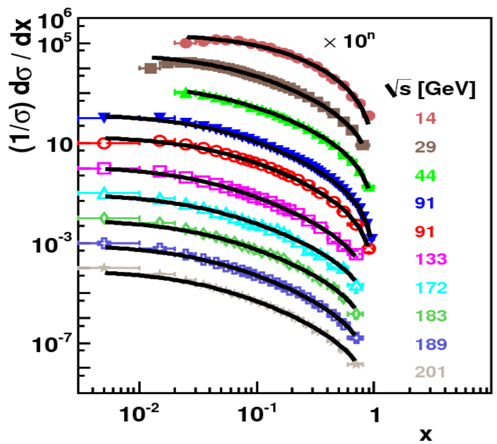
$$\frac{dN}{dz} \propto \left[1 - a \ln(1 - z)\right]^{-b}$$



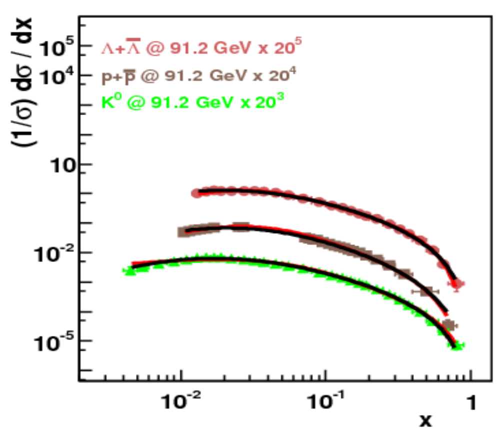
Urmossy et.al. *Phys. Lett. B*, **718**, 125-129, (2012)

e⁺e⁻ annihiláció @LEP (√s = 14–200 GeV)

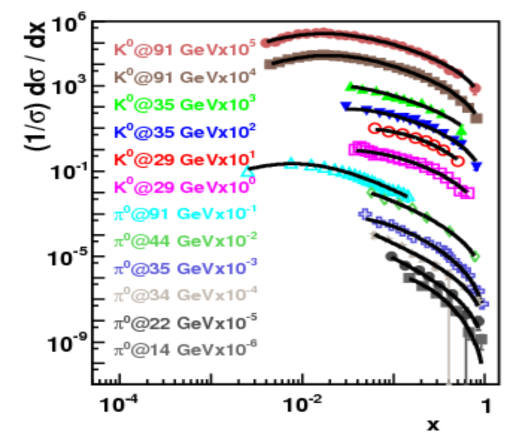




Urmossy et. al., *Phys. Lett. B*, **701**, 111-116 (2011)

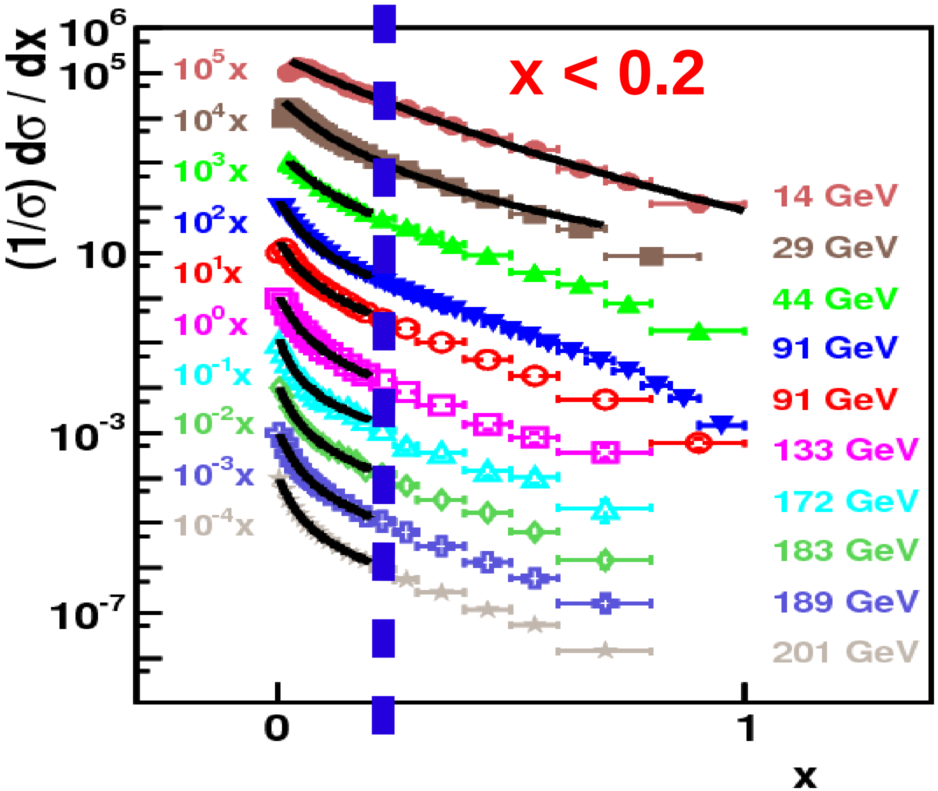


Urmossy et.al., *Acta Phys. Polon. Supp.* **5** (2012) 363-368



T. S. Biró et.al., *Acta Phys. Polon. B*, **43** (2012) 811-820

2. Kis x limesz: Tsallis eloszlás (e^+e^-)



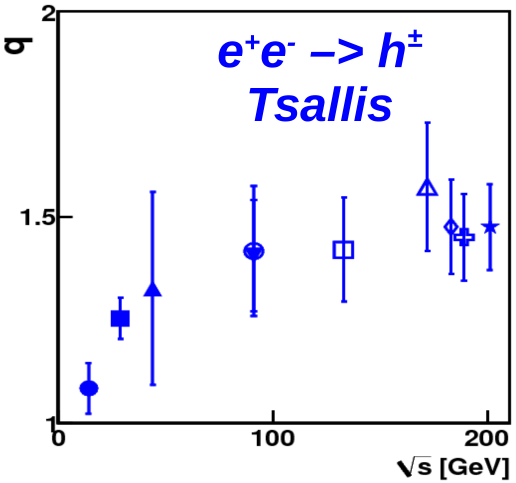
$$\frac{d\sigma}{dx} \propto \left(1+\frac{q-1}{T/\left(\sqrt{s}/2\right)}x\right)^{-1/(q-1)}$$

- Urmossy et.al., *Phys.Lett.B*, **701,** 111-116 (2011), arXiv:1101.3023

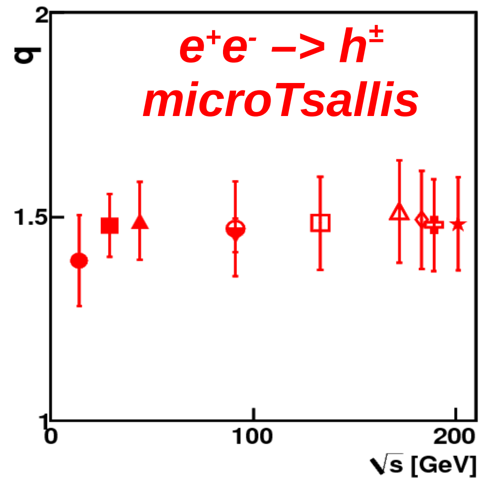
2. Paraméter fejlődés

Fittek:

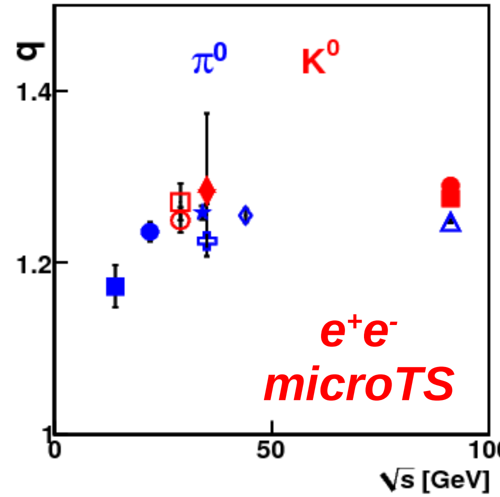
1)



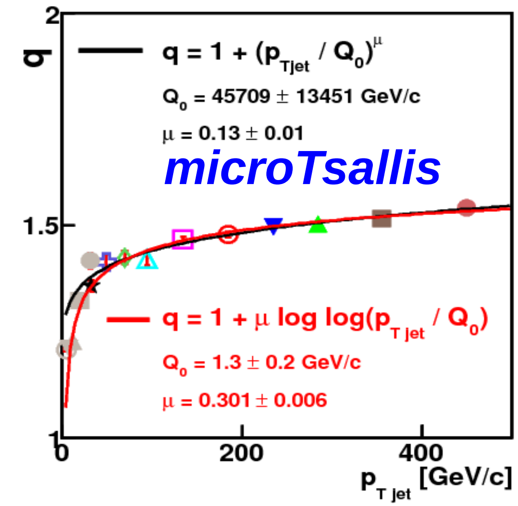
2)



3)

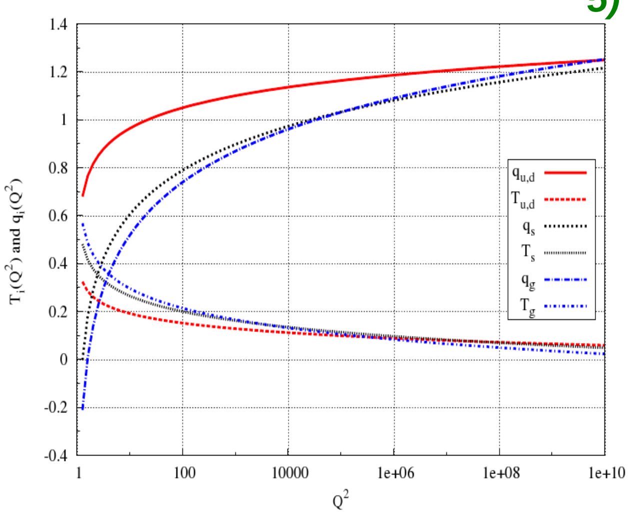


$pp \to Jet \to h^\pm$ 4)



Elmélet: q és T skálafüggése AKK Frag.Függvényekre való illesztésből:

5)



$$D^{\pi^+}_{p_i}(z) \sim (1+(q_i-1)z/T_i)^{-1/(q_i-1)}$$

$$q_i = q_{0i}+q_{1i}\ln(\ln(Q^2))$$

1-2) U.K. etal., *Phys.Lett. B*, **701** (2011) 111-116

3) T. S. Biró etal., *Acta Phys.Polon. B*, **43** (2012) 811-820

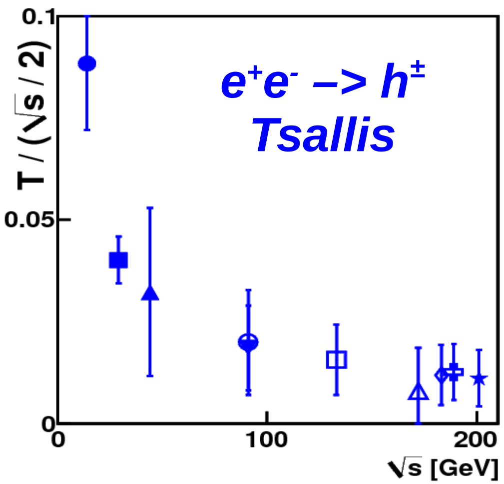
4) U.K. etal., *Phys.Lett. B*, **718** (2012) 125-129

5) Barnaföldi etal., *Gribov-80 Conf*: C10-05-26.1, p.357-363

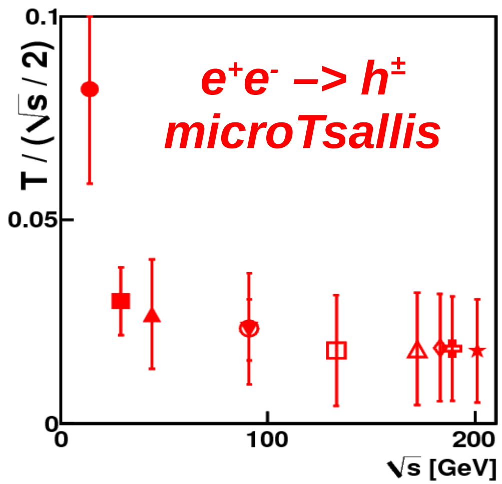
2. Paraméter fejlődés

Fittek:

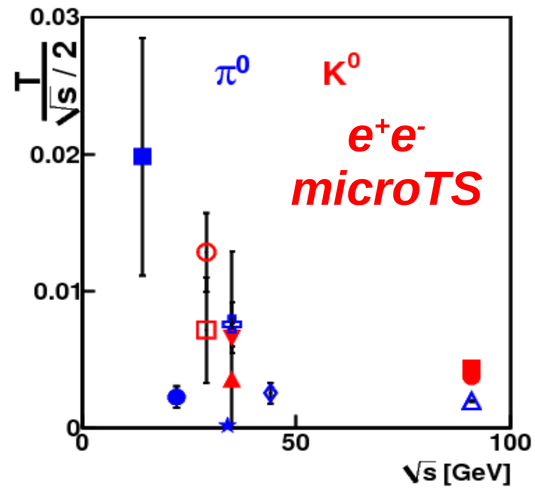
1)



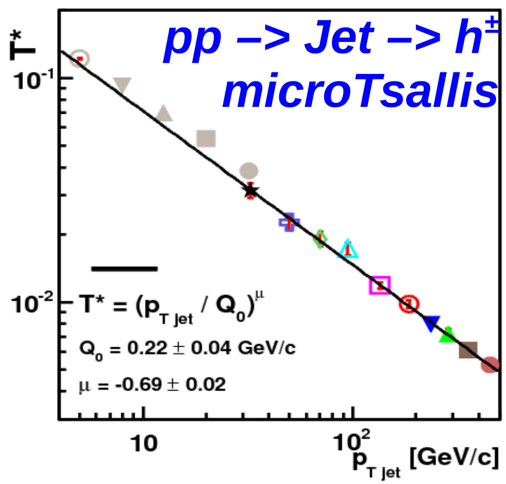
2)



3)

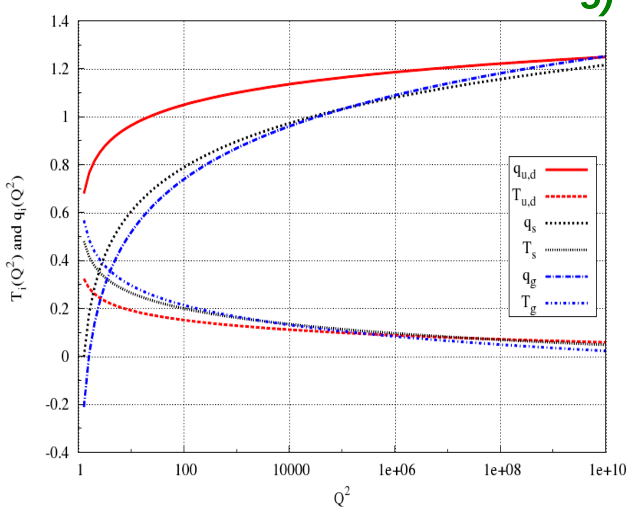


4)



Elmélet: <u>*q* és *T* skálafüggése *AKK Frag.Függvényekre való illesztésből:*</u>

5)



$$D^{\pi^+}_{p_i}(z) \sim \left(1+(q_i-1)z/T_i\right)^{-1/(q_i-1)}$$

$$T_i = T_{0i}+T_{1i}\ln\left(\ln(Q^2)\right)$$

1-2) U.K. etal., *Phys.Lett. B*, **701** (2011) 111-116

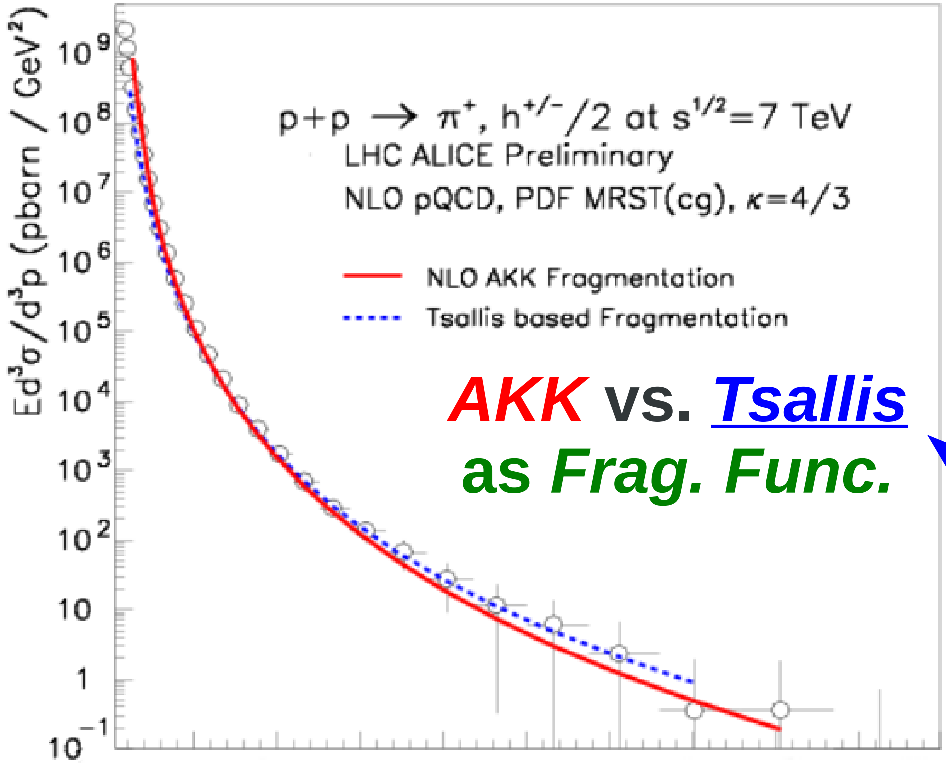
3) T. S. Biró etal., *Acta Phys.Polon. B*, **43** (2012) 811-820

4) U.K. etal., *Phys.Lett. B*, **718** (2012) 125-129

5) Barnaföldi etal., *Gribov-80 Conf*: C10-05-26.1, p.357-363

2. *Alkalmazás pp ütközésben*

π^+ spektrum, reakció pp --> $\pi^\pm$X @ $\sqrt{s}$=7 TeV (NLO pQCD)



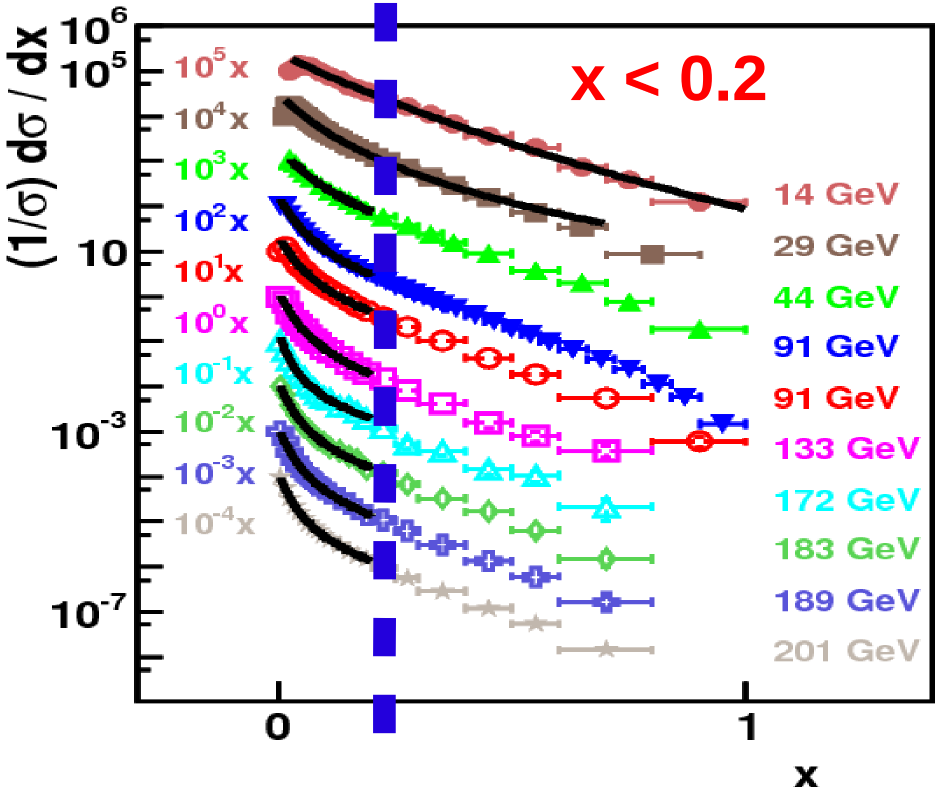
AKK* vs. *Tsallis
as Frag. Func.

$$D_{p_i}^{\pi^+}(z) \sim \left(1+(q_i-1)z/T_i\right)^{-1/(q_i-1)}$$

Barnaföldi et. al., *Proceedings of the Workshop Gribov '80* (2010)

2.

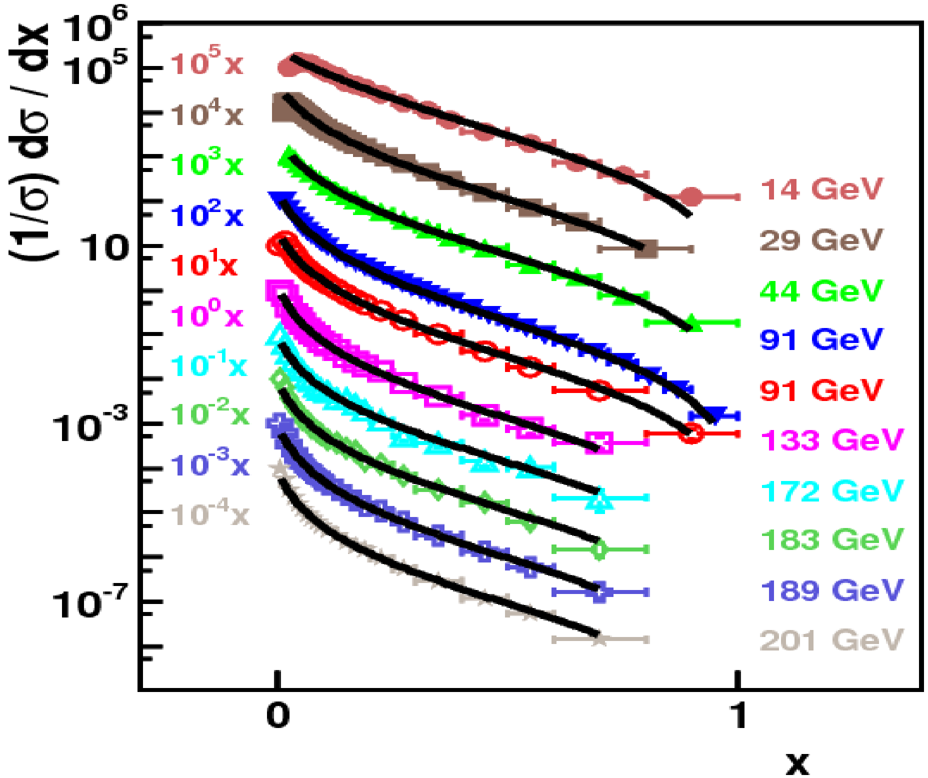
Kanonikus Tsallis eloszlás (e^+e^-)



$$\frac{d\sigma}{dx} \propto \left(1+\frac{q-1}{T/(\sqrt{s}/2)}x\right)^{-1/(q-1)}$$

- Urmossy et.al., *Phys.Lett.B*, **701,** 111-116 (2011), arXiv:1101.3023

2. *Mikrokanonikus Tsallis eloszlás (e^+e^-)*



$$\frac{d\sigma}{dx} \propto \left(1-\frac{q-1}{T/\left(\sqrt{s}/2\right)}\ln\left(1-x\right)\right)^{-1/(q-1)}$$

- Urmossy et.al., *Phys.Lett.B*, **701,** 111-116 (2011), arXiv:1101.3023

Témák

1, Fluktuációk és hatvány eloszlások

- ***Példák a szil. fiz.-ben, e+e-, pp és AA ütközésekben***

2, Mikrokanonikus Jet-Fragmentáció

- ***Jetek @ LEP & ATLAS: multiplicitás fluktuációk + mikrokanonikus jetek***
- ***Kis x közelítés, skála fejlődés***

3, pp ütközésekben mért hadron spektrumok részecskeszám függése

- ***dN/dpT @ pp: N és s függés***
- ***Egyszerű modell: részecskeszám és energia fluktuációval***

3. *Hadron Spectra in pp Collisions*

- **Spectra can be described by the Tsallis distribution**

$$\frac{dN}{d^3p} \propto \left(1+\frac{q-1}{T}\left(m_T-m\right)\right)^{-1/(q-1)}$$

- **Dependence of *q* on √*s* is**

$$q = 1+q_1 \log\log\left(\sqrt{s}/Q_0\right)$$

- **Dependence of *q* on the *multiplicity* is**

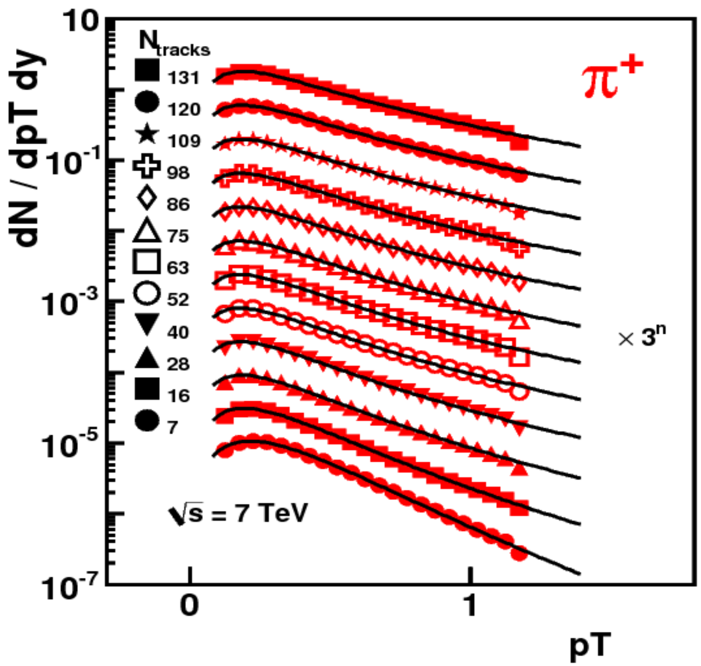
$$q = 1+\mu \log\log\left(N/N_q\right)$$

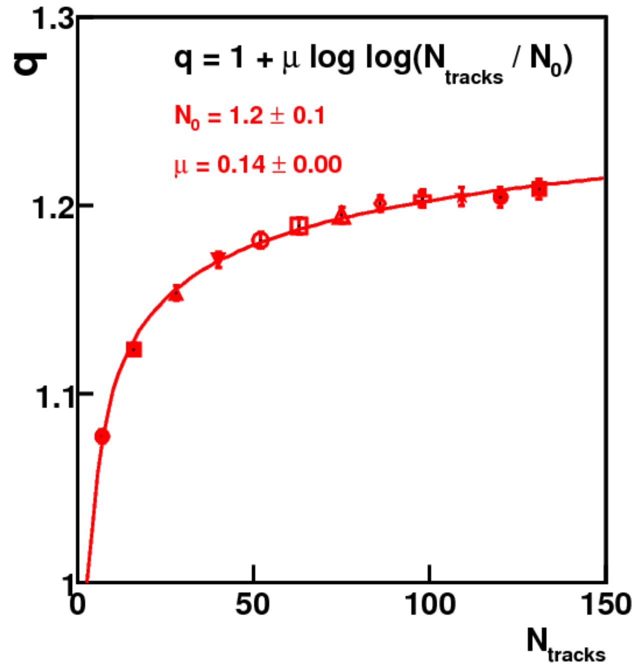
- **Multiplicity distribution is NBD / Euler's Gamma distribution**

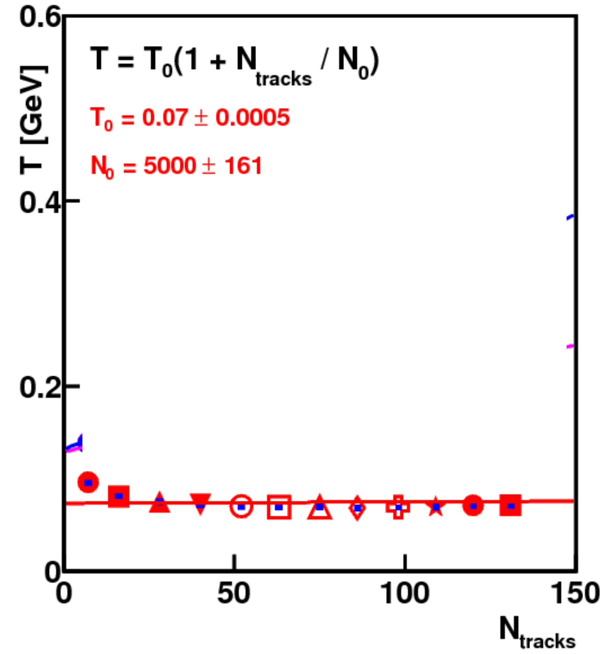
Urmossy, arXiv: 1212.0260

3. Multiplicity Dependence of π^+ Spectra in pp@7 TeV

(New CMS Measurement)



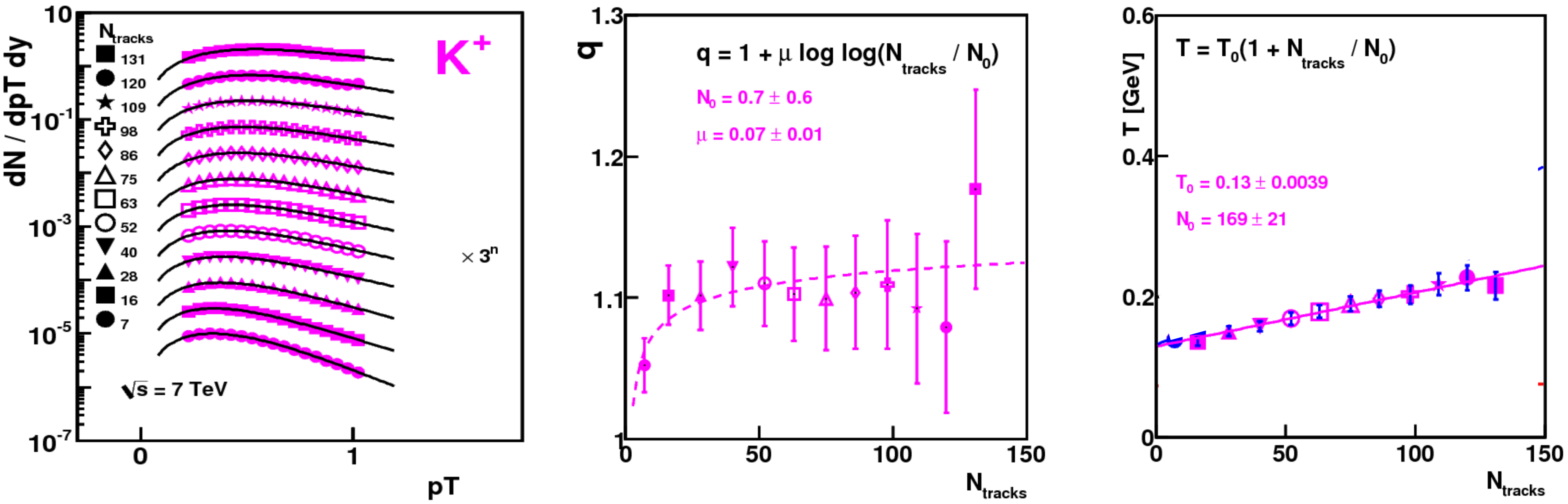




$$\pi^+ : \; q = 1 + \mu \log \log \left(N / N_q \right) \; , \quad T = T_0$$

Urmossy, arXiv: 1212.0260

3. *Multiplicity Dependence of K^+ Spectra in pp@7 TeV*

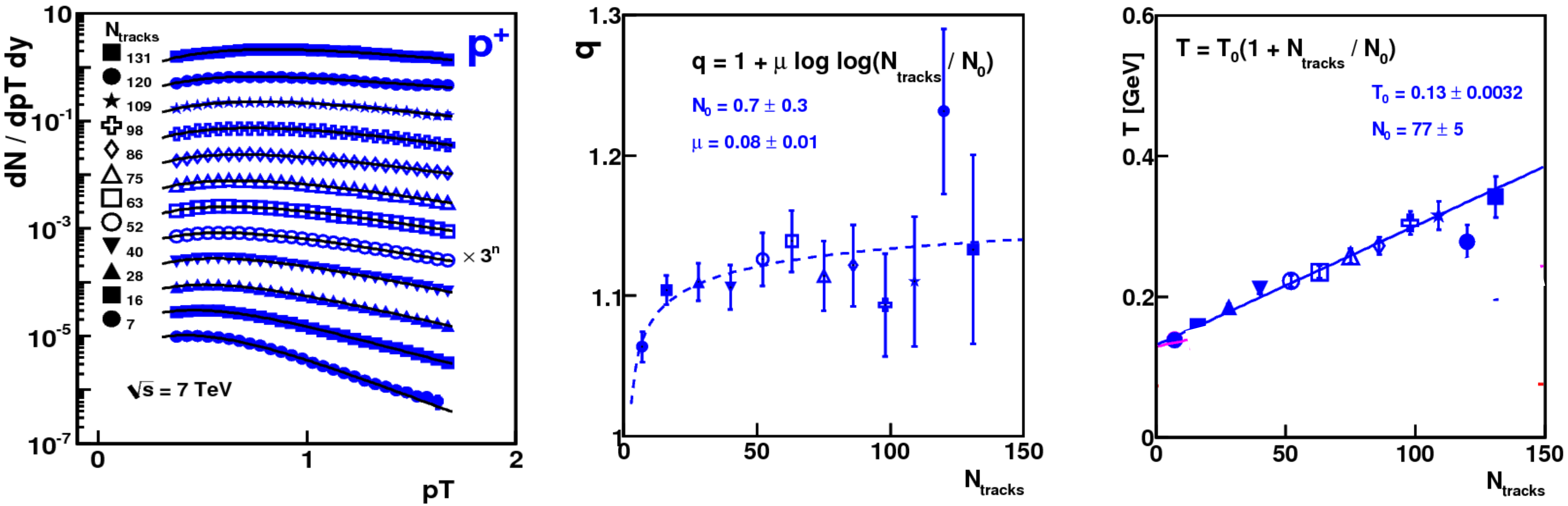


K^+ : $q = 1 + \mu \log \log \left(N / N_q \right)$, $T = T_0 \left(1 + N / N_T \right)$

Huge errors for q. Would be good to have longer spectra.

Urmossy, arXiv: 1212.0260

3. *Multiplicity Dependence of p^+ Spectra in pp@7 TeV*



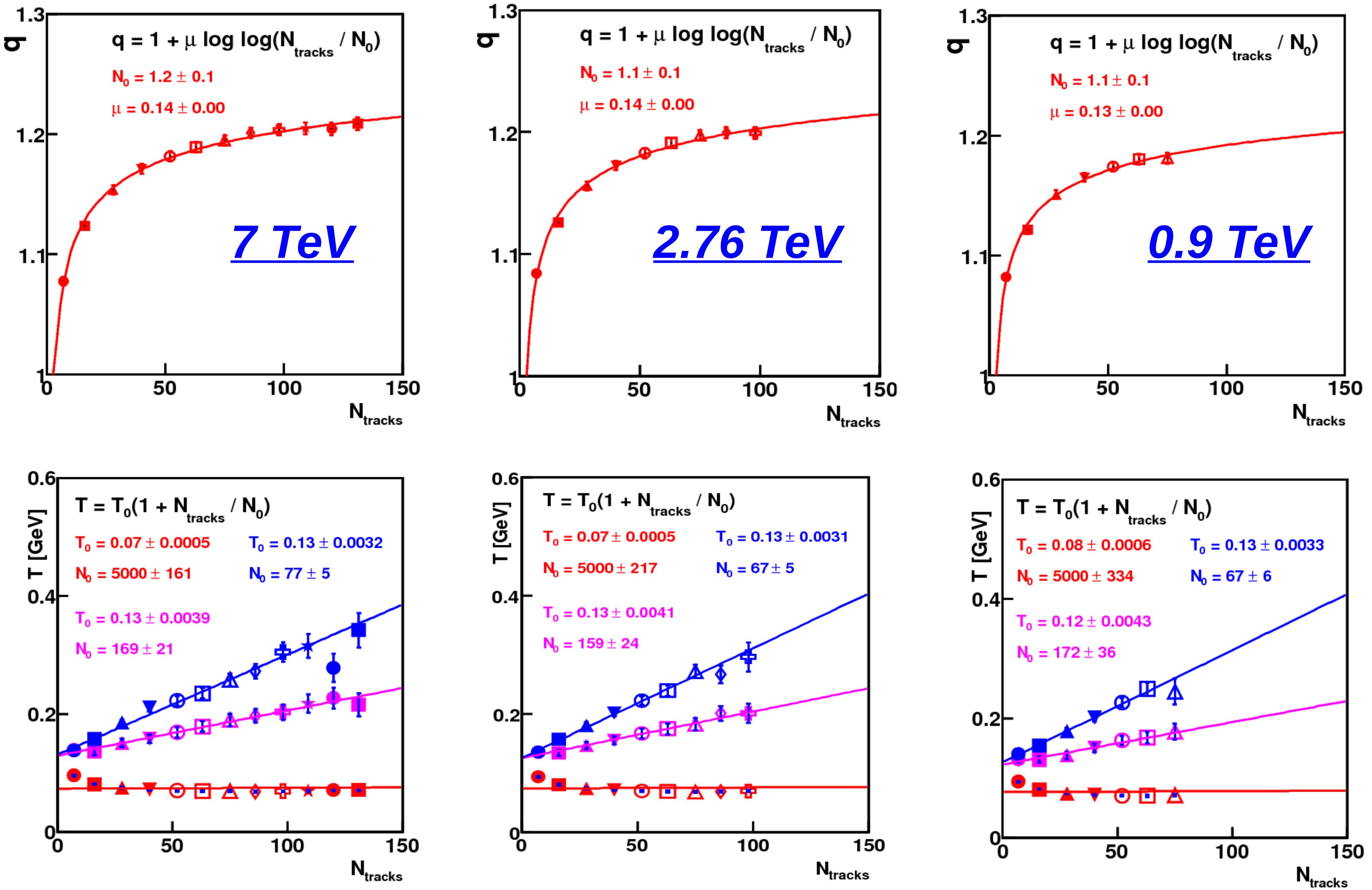
$$p^+ : \; q = 1 + \mu \log\log\left(N/N_q\right), \quad T = T_0\left(1 + N/N_T\right)$$

Huge errors for q. Would be good to have longer spectra.

Urmossy, arXiv: 1212.0260

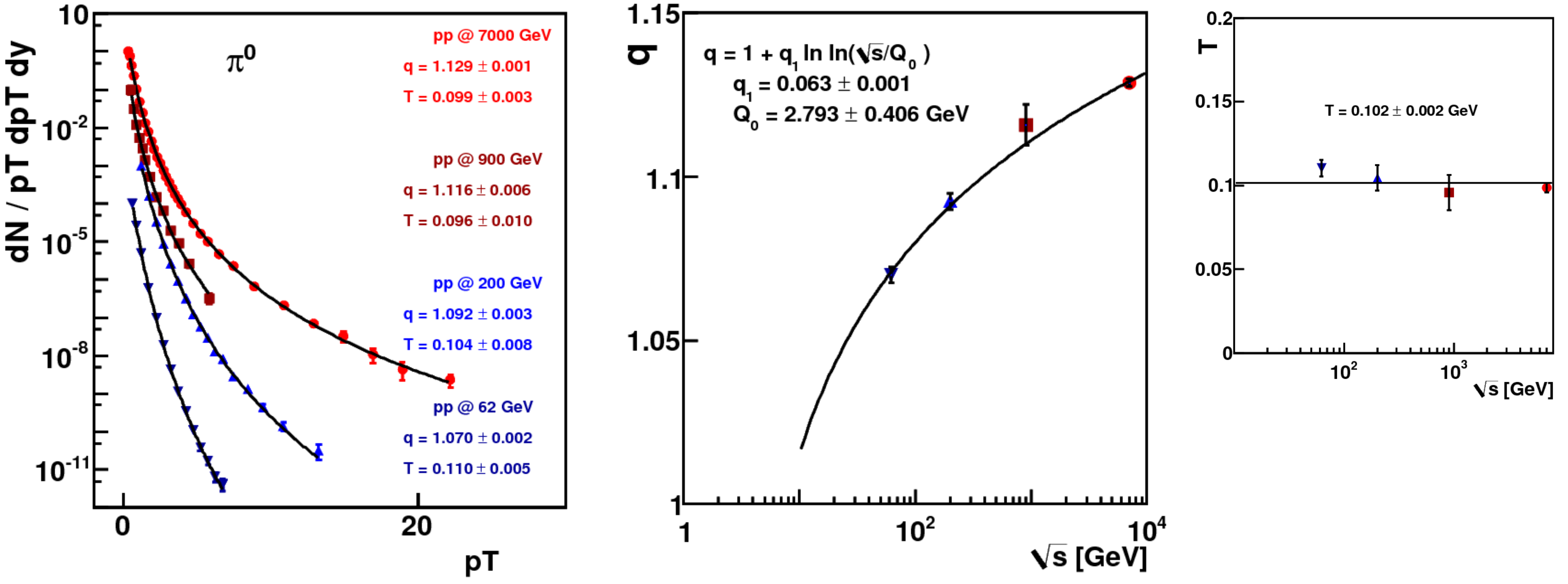
3.

Insensitive to √s?



Urmossy, arXiv: 1212.0260

3. $\sqrt{s}$ Dependence of π^0 Spectra in pp Collisions



$$q = 1 + q_1 \log\log\left(\sqrt{s}/Q_0\right) \quad , \qquad T = const$$

Comes from DGLAP ?

$$\frac{dN}{d^3p} \propto \left(1 + \frac{q-1}{T}(m_T - m)\right)^{-1/(q-1)}$$

Urmossy, arXiv: 1212.0260

3. Simple Model

- In a ***single event***, in which ***N* hadrons** and ***E_T* energy** reaches the transverse region, let the hadron spectrum be

$$\frac{dN}{d^D p}^{1\,event} \sim g_N(E_T)\, p(N) \exp\left(-\frac{DN}{E_T}\epsilon\right)$$

- Let ***N*** and ***E_T fluctuate*** as

$$g_N(E_T) \propto E_T^{-\alpha-2} \exp(-\alpha\langle E_T\rangle / E_T)$$

$$p(N) \propto N^{a-1} \exp(-a N \langle N\rangle)$$

- Thus, the ***spectrum at fix multiplicity*** is

$$\left\langle \frac{dN}{d^3 p}^{1\,event} \right\rangle_{E_T}^{N=fix} \propto \left(1 + \frac{D\,n}{\alpha\langle E_T\rangle}\epsilon\right)^{-(\alpha+D+1)}$$

- From fits, we obtain the ***N dependence*** of ***α*** and ***<E>*** .

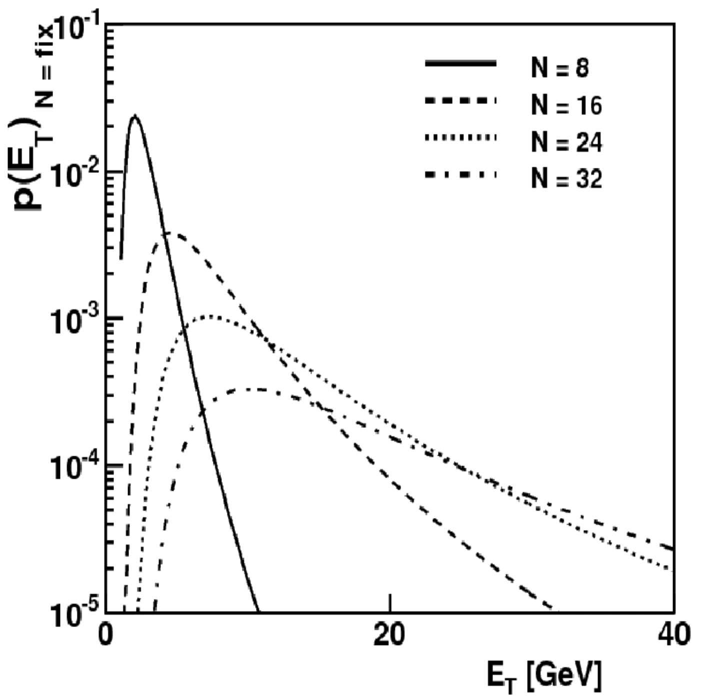
3. Predictions of the Model

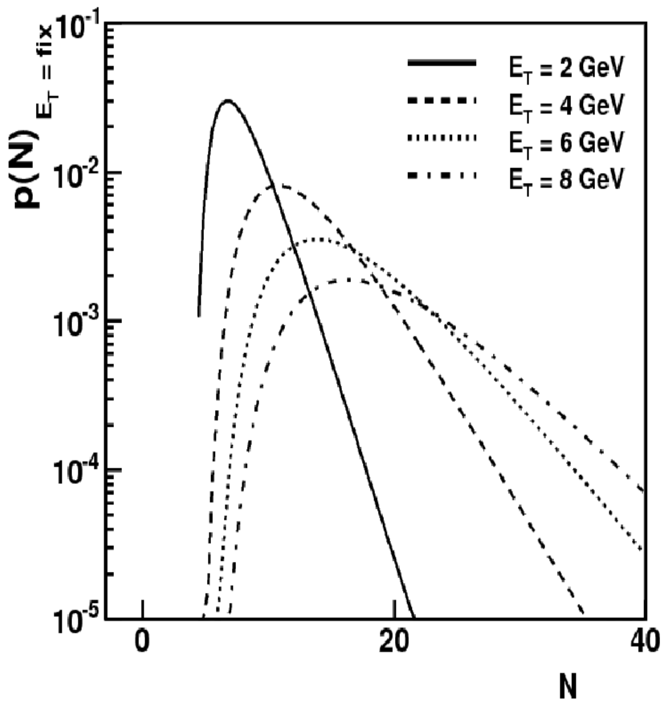
N **and** $\boldsymbol{E_T}$ **are *correlated!* Their joint distribution:**

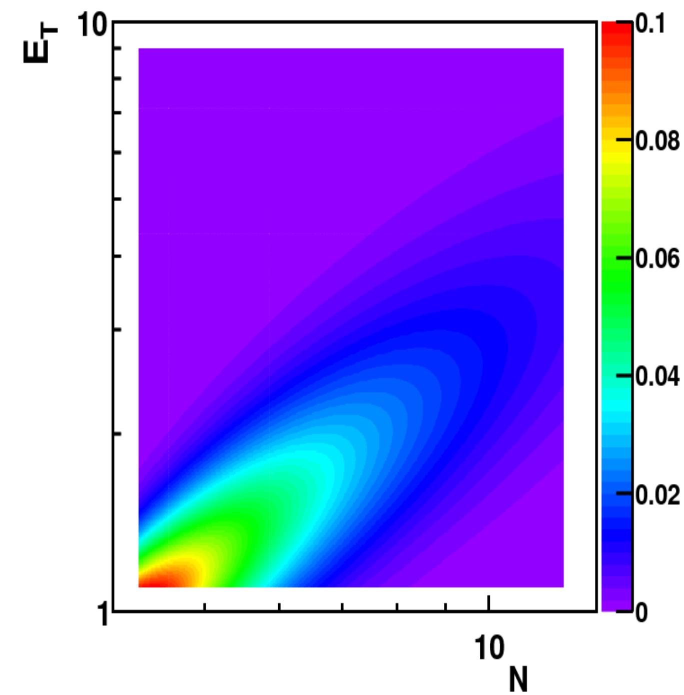
$$p(N, E_{jet}) \sim E_{jet}^{-(\alpha+2)} e^{-\alpha E_0/E_{jet}} \times N^{a-1} e^{-aN/N_0}$$

with

$$\alpha = [\mu \ln\ln(N/N_q)]^{-1} - 4, \quad E_0 = \frac{3N T_0 (1+N/N_T)}{1-4\mu \ln\ln(N/N_q)}$$







Urmossy, arXiv: 1212.0260

Summary

1, The microcanonical jet-fragmentation model works @LEP&LHC

2, Similar √s and N dependence of spectra holds in pp@LHC

$$q = 1 + q_1 \log\log\left(\sqrt{s}/Q_0\right)$$

$$q = 1 + \mu \log\log\left(N/N_q\right)$$

3, This scale dependence is similar to that of Tsallis-type fragmentation functions (likely to come from DGLAP)

4, It seems that in pp, hadron spectra looks the same at high multiplicity as at high √s

5, Does this feature hold at RHIC energy too?

6, How about heavy-ions?

Acknowledgements

1) ***OTKA K 104260***

2) ***Zhangbu Xu*** **at the Physics Dept. @ BNL for covering my expenses concerning the** ***2013 RHIC-AGS Annual User's Meeting***

Back-up Slides…………………….

2) *Tsallis Distribution from Fluctuations*

SuperStatistics ***(C. Beck, G. Wilk,*** *Eur. Phys. J. A*, **40**, 267 and 299-312, (2009)***):***

If the hadron distribution is *Boltzmann-Gibbs*,

$$f(\epsilon) = A \exp(-\beta\epsilon)$$

but the *temperature fluctuates* *event-by-event* or *position-to-position* as

$$p(\beta) \propto \beta^{\alpha-1} \exp(-\alpha\beta/\langle\beta\rangle)$$

the *average distribution* becomes the *Tsallis* distribution:

$$\frac{dN}{d^3p} = \int d\beta\, p(\beta) f_\beta(\epsilon) \propto \left(1 + \frac{\langle\beta\rangle\epsilon}{\alpha}\right)^{-(\alpha+D+1)}$$

2) *Tsallis Distribution from Fluctuations*

Moreover,

If the hadron distribution is *Boltzmann-Gibbs*,

$$f(\epsilon) = A \exp(-\beta \epsilon), \qquad E/n = DT$$

but the *total transverse energy fluctuates event-by-event while n = fix*

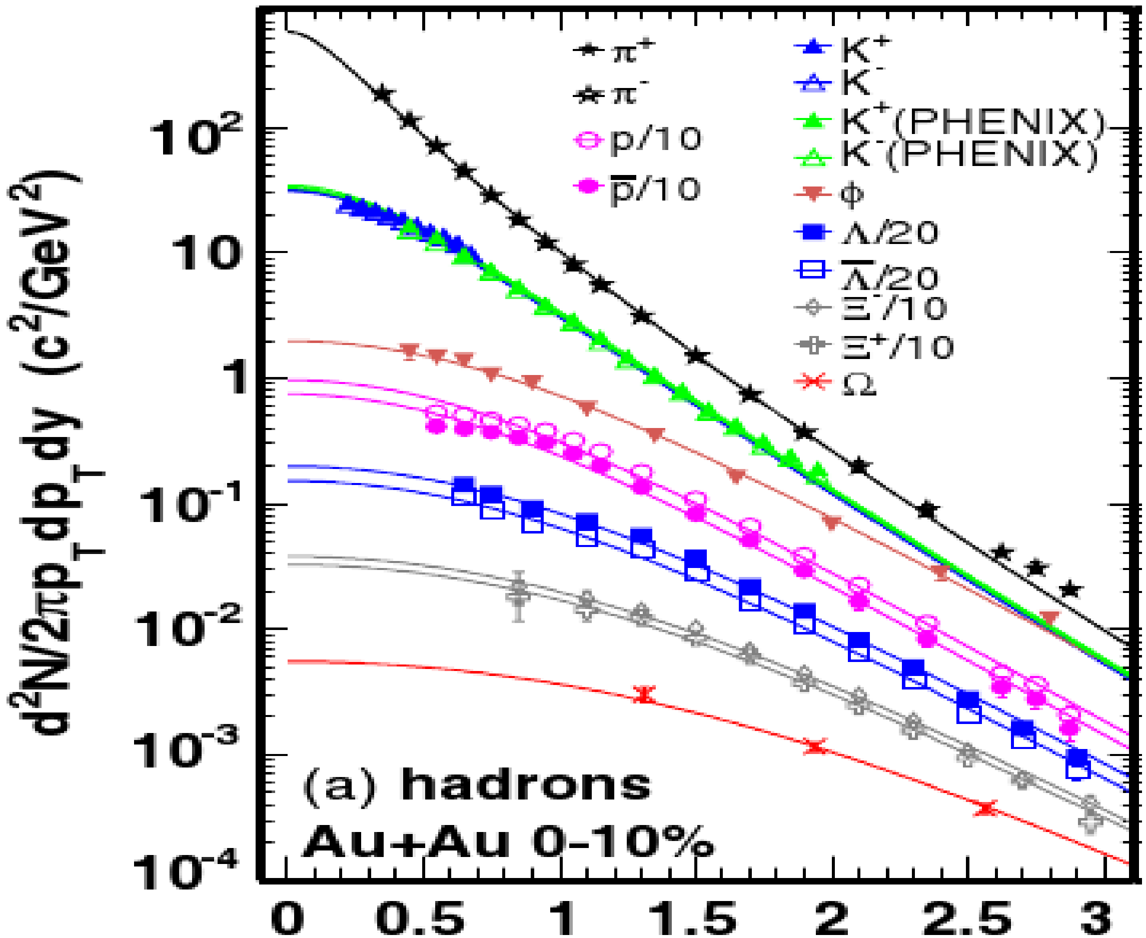
$$p(E) \propto E^{-\alpha-2} \exp(-\alpha \langle E \rangle / E)$$

the *average distribution* becomes the *Tsallis* distribution:

$$\frac{dN}{d^3p} = \int dE\, p(E) f_E(\epsilon) \propto \left(1 + \frac{Dn}{\alpha \langle E \rangle} \epsilon\right)^{-(\alpha+D+1)}$$

4) *What is the Good Scaling Variable?*

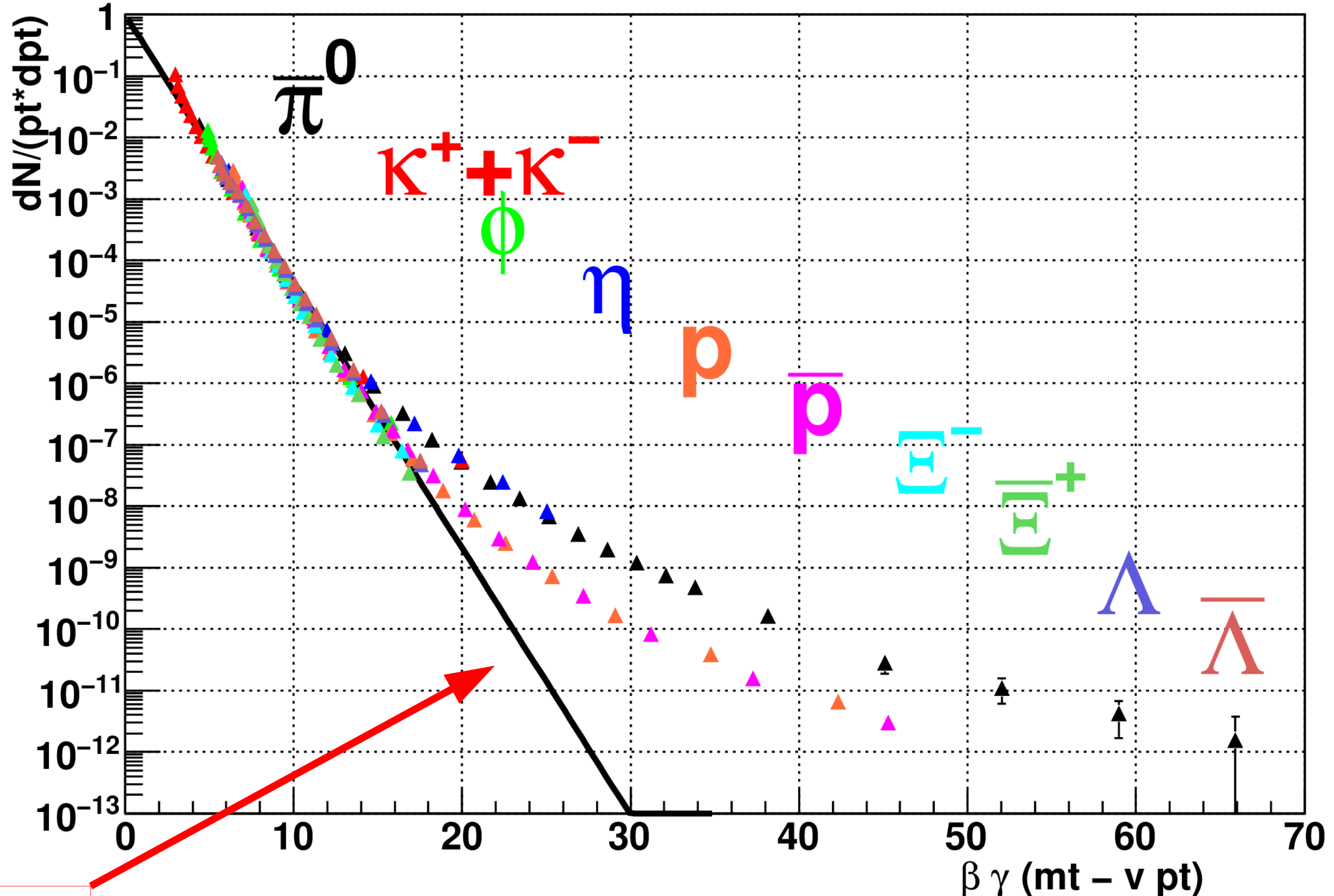
J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **37** 085104 (2010)



p_T ?

4)

What is the Good Scaling Variable?



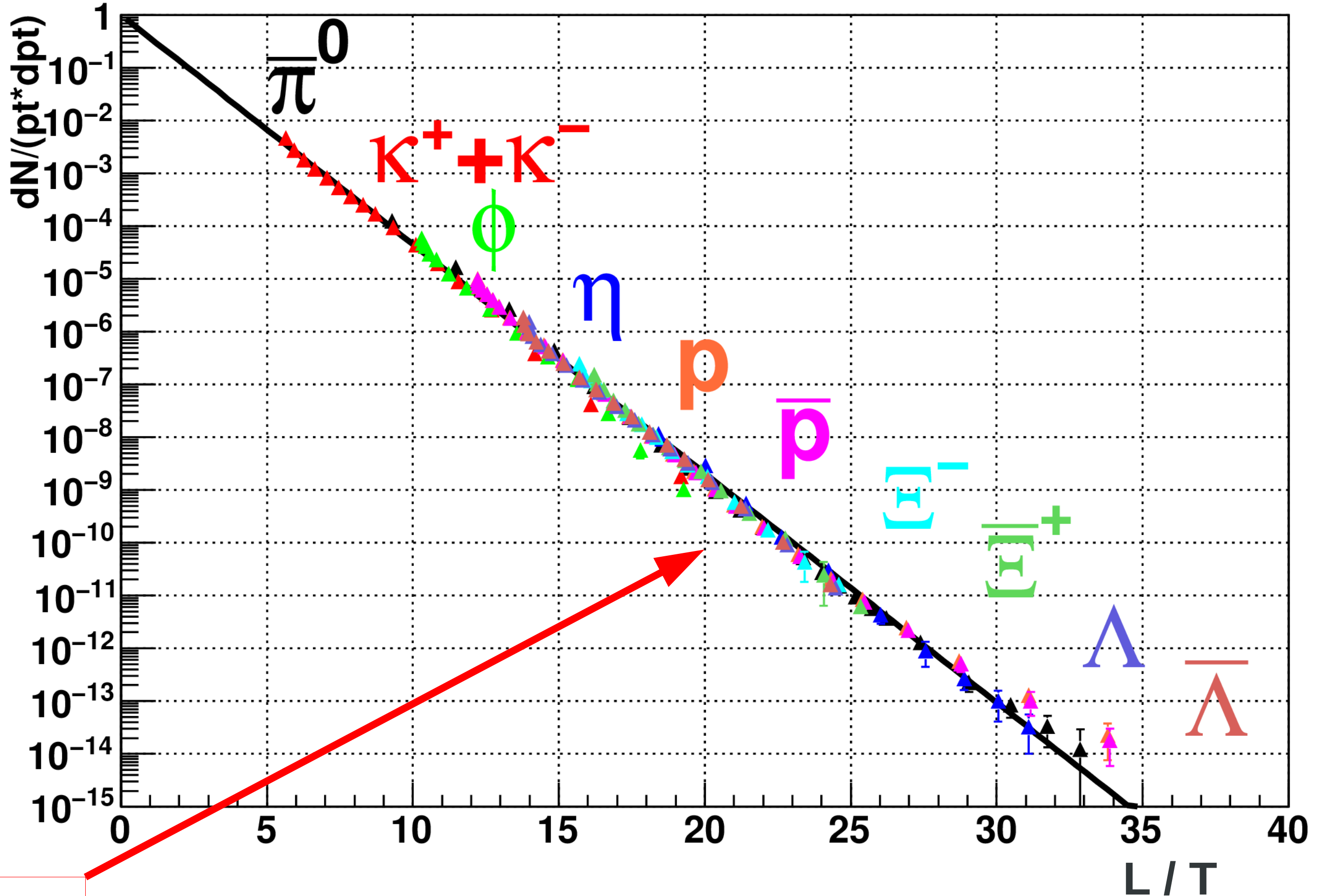
$$e^{-E_{co-moving}/T}$$

$$E_{co-moving} = \gamma\left(m_T - v\,p_T\right)\,?$$

T.S. Biró et.al., *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, **37,** 094027, (2010)

4) What is the Good Scaling Variable?

T = 51 ± 10 MeV, q = 1.062 ± 7.65 × 10−3, v = 0.5 ± 0.1



$e^{-L/T}$

$$L = \frac{1}{q-1} \ln\left[1 + \frac{q-1}{T} E_{co-moving}\right]$$

:)

T.S. Biró et.al., *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, **37,** 094027, (2010)

Fluctuations of the total transverse energy can describe pp data

If the distribution of the total transverse energy is

$$p(E) \propto E^{-\alpha-2} \exp(-\alpha \langle E \rangle / E)$$

where the *mean energy* and the *width* of the distribution *varies with n* as

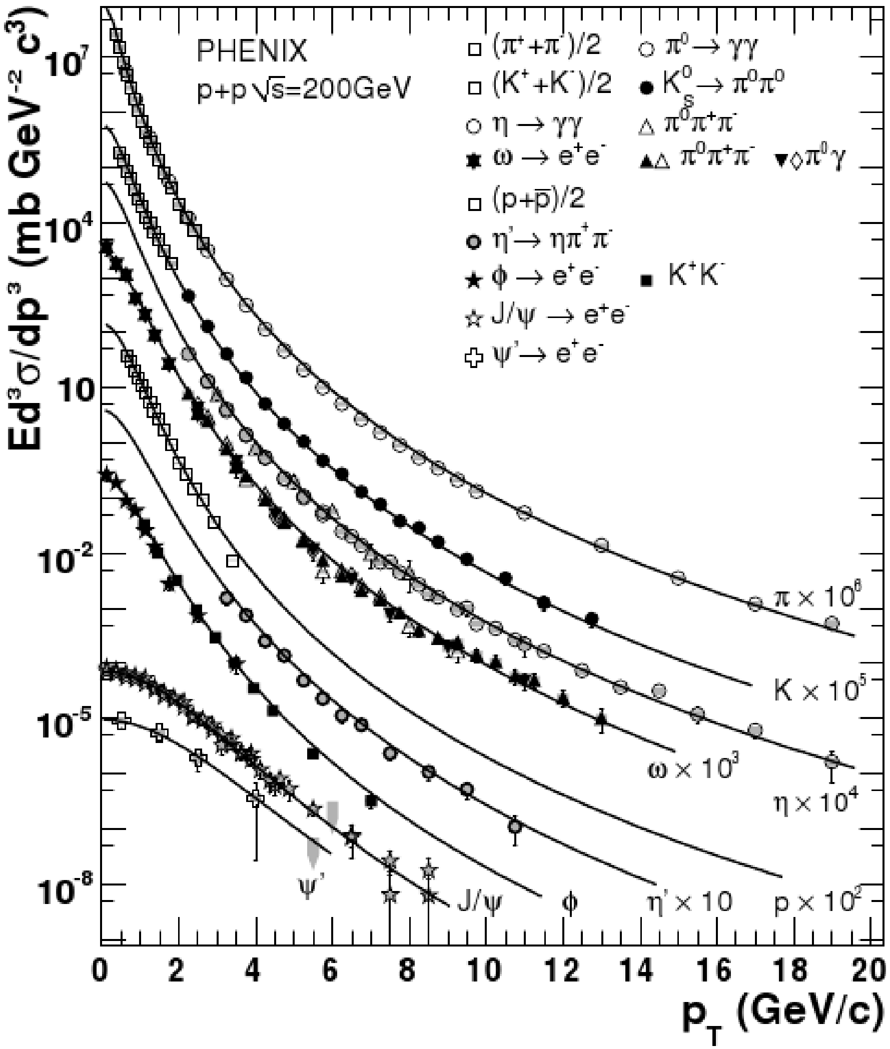
$$\alpha = \frac{1}{\mu \ln \ln (N/N_q)} - (D+1)$$

$$\langle E \rangle = \frac{D T_0 (1 + N/N_T)}{1 - (D+1) \mu \ln \ln (N/N_q)}$$

This prediction could be tested experimentally ...

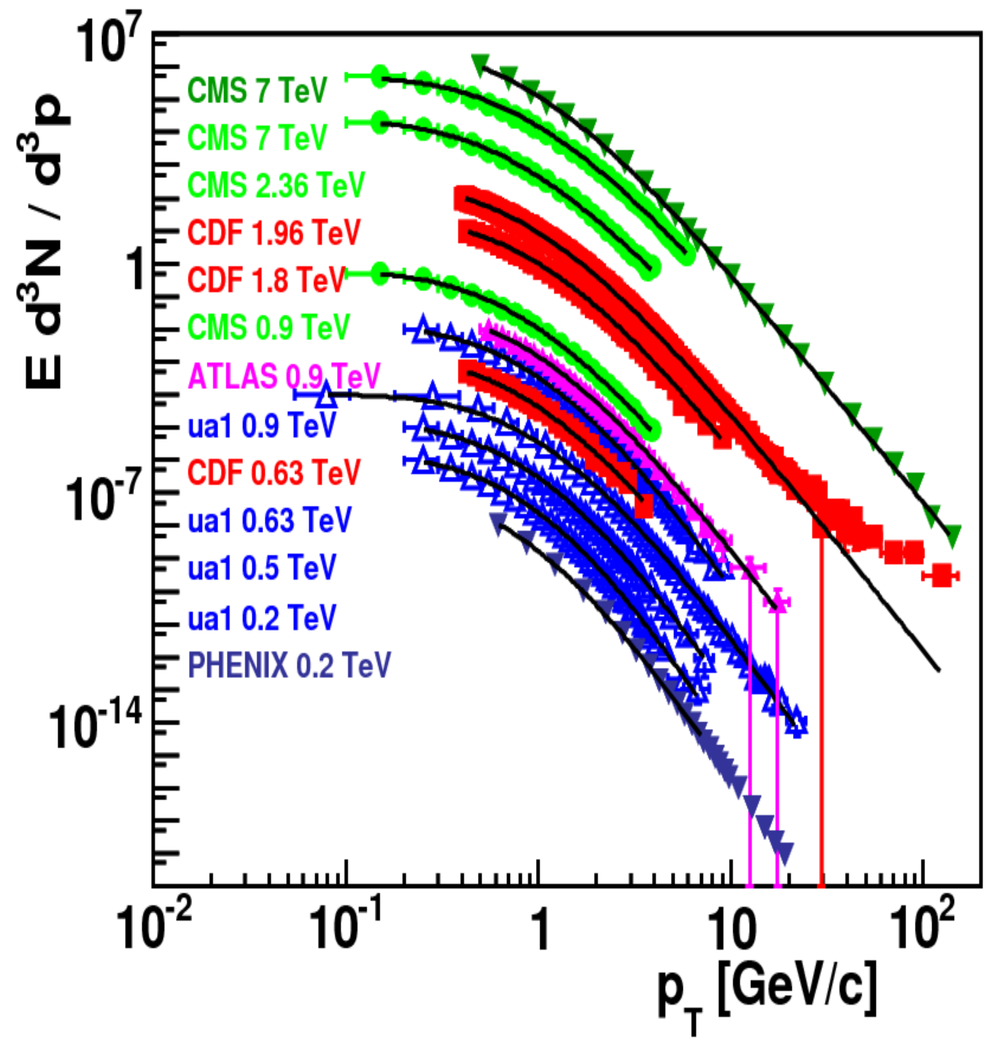
1) Hadron Spectra in Proton-proton Collisions

Phys. Rev. D, **83,** 052004 (2011)



$$E\frac{d\sigma}{d^3p} \propto (1+m_T/nT)^{-n}$$

J. Phys.: Conf. Ser., **270** 012008 (2011)



$$E\frac{d\sigma}{d^3p} \propto m_T(1+m_T/nT)^{-n}$$