A matematikai modellezés szerepe a fizikában

Matolcsi Tamás

Budapest, cca. 1986

1. A matematikai modellezés fogalma

A mai elméleti fizika kezdeti fejlődése elválaszthatatlan volt a matematika rohamos fejlődésétől. Jól ismert, hogy a differenciál- és integrálszámítás, valamint a klasszikus mechanika egymást feltételezve és segítve alakult ki. Természetesen manapság is mindkét tudomány jelentős hajtóereje a fizika és a matematika kölcsönhatása, azonban ez minőségileg más, mint korábban. Ma a matematika már olyan egzakt tudomány, amely néhány alapfogalomból levezetve megingathatatlan épületet alkot, és a fizika által felvetett problémák ebbe az épületbe illeszkedő új részekre vezetnek. Ezzel szemben a fizika még mindig olyan elmélet, amelyben sok a bizonytalanság, félreértés, és gyakran a matematikai eszközök használata is pontatlan, kérdéses.

Vizsgáljuk meg az elméleti fizikának – mai általánosan művelt formájában – a matematikához való viszonyát.

A fizika törvényeit a matematika nyelvén, azaz matematikai fogalmakkal – függvények, operátorok, differenciálás, integrálás, egyenletek, stb. – adják meg. Hogy mondandónk minél világosabb legyen, vegyük példaként a legismertebb és talán a legegyszerűbb ilyen matematikai formulát, a szokásos Newton-egyenletet. Ez tömegpont mozgását írja le, a tömegpont helyzetvektorának az időtől való függését (mint függvényt) másodrendű differenciálegyenlet alakjában határozza meg.

Tegyünk most fel három kérdést, amelyek az első pillanatban ostobának tűnnek. Mi a tömegpont? Mi a tömegpont helyzetvektora? Mit jelent a helyzetvektor időtől való függése? Azért látszanak furcsának, mert olyan fogalmakra kérdeznek rá, amelyekhez régóta hozzászoktunk, magyarázatra nem szorulónak érezzük őket.

Szokásos meghatározása szerint a tömegpont olyan test, amelynek méretei elhanyagolhatók a mozgásának leírásakor. Tömegpontnak tekintjük az eldobott követ pályájának meghatározásához, a Földet a Nap körüli keringésének jellemzéséhez. E példákból is kitűnik, de ha jobban belegondolunk, nagyon is nyilvánvaló, hogy tömegpont a valóságban nem létezik. A tömegpont absztrakció. Erre az absztrakcióra vonatkozik a Newton-egyenlet, amely, mint már említettük, matematikai egyenlet a tömegpont helyzetvektorának időbeli függésére. A tömegpont helyzetvektora, ismét a szokásos meghatározás szerint, a tér egy rögzített pontjából a tömegpont tartózkodási helyéhez húzott vektor. Ez újból erőteljes absztrakció: tömegpont nem létezik, ezért tartózkodási helye sincs a térben; de még ha volna is, a tér két pontja és a közéjük húzott vektor sem fizikai valóság, hanem annak valamiféle „égi mása", azaz matematikai fogalom.

A matematika egzakt építménye megköveteli, hogy keretén belül csak matematikailag definiált fogalmakkal foglalkozzunk, csak ilyenekről beszéljünk. Két út áll előttünk: vagy kirekesztjük a matematikát a fizikából, vagy teljessé tesszük a szerepét a modern követelményeknek megfelelően. Nyilvánvaló, hogy az első út csak elvi lehetőség, de nem vezetne sehová. A második utat kell választanunk; ekkor azonban matematikai definíciót kell adnunk a tömegpontra, helyzetvektorára, annak időbeli függésére és még sok-sok más szokásosan használt fogalomra.

Úgy is szoktuk mondani, hogy a tömegpont, a tér és helyzetvektorai, stb. matematikai modellek. Ahhoz azonban, hogy valóban azok legyenek, azaz matematikai objektumok a mai értelemben, matematikai egzaktságú meghatározást kell adnunk rájuk. A klasszikus tömegpont és helyzetvektor fogalma annyira szemléletesek, hogy jól elboldogulunk velük pontos matematikai definíció nélkül is. Ellenben a kvantumelmélet érzékszerveinkkel közvetlenül nem tapasztalható jelenségekkel foglalkozik, fogalmai egyáltalán nem szemléletesek, tehát csak pontos meghatározásokra és szigorú logikára hagyatkozhatunk. A kvantumelméleti modellek megfelelő megalkotásához viszont elengedhetetlen, hogy előbb a fizika jól ismert, egyszerű ágait újra átgondoljuk, és új megvilágításba helyezzük a modern matematikai gondolkodás szempontjából.

Hadd mutassak rá a mondottakra egy példával, amelyben párhuzamot vonok a matematikában már végbement fejlődés és a fizikában elvárt fejlődés között. A heurisztikus matematikában, vagyis a matematika „rávezető" felépítésében a mindennapi élet dolgainak közvetlenül megfelelő matematikai fogalmakat használnak, igazán pontos definíció nélkül, a fogalmak tulajdonságait és a köztük levő kapcsolatokat a szemléletünk alapján nyilvánvalónak, természetesnek fogadják el. Lényegében így tárgyalták a matematikát egészen a múlt századig, ily módon tanítják a középiskolában (a tanulók életkori sajátságainak megfelelően), és bizonyos fejezeteit sajnos jelenleg is az egyetem fizika szakán (holott maga a fizika absztrakciós szintje az egyetemen már mást követelne).

A heurisztikus matematikában például a vektorokat irányított szakaszoknak definiálják a térbeli szemléletünkre hivatkozva. Megállapítják ezután a vektorok összeadási szabályát, a vektorok számmal való szorzásának szabályát, beszélnek a vektorok hosszáról, a vektorok által bezárt szögről, merőleges vektorokról, mindenben a szemléletre hivatkozva, majd a hossz és a szög segítségével megadják a vektorok skaláris szorzatát, és megállapítják, hogy merőleges vektorok skaláris szorzata nulla. Csakhogy sem az irányított szakasz, sem ezek hossza, bezárt szöge nem matematikai fogalmak, nincsenek definiálva, csak a szemléletes képünk alapján tudjuk, hogy micsodák. Az egzakt matematikában a vektorok meghatározott struktúrával rendelkező halmaz elemei, amit éppen azzal értelmezünk, hogy a vektorokat össze lehet adni, számmal lehet szorozni őket, és hogy milyen tulajdonságokkal rendelkeznek ezek a műveletek. Ha a vektorok halmazán bevezetünk egy skaláris szorzatot, akkor beszélhetünk a vektorok hosszáról és a bezárt szögükről, és két vektort merőlegesnek definiálunk, ha a skaláris szorzatuk nulla.

(A relativitáselméletben szereplő „négyes vektorok" halmazán nincs fizikailag értelmes skaláris szorzat, hanem egy úgynevezett Minkowski-féle forma van megadva, amely azonban alkalmatlan arra, hogy általa a vektorok hosszát és a bezárt szögüket értelmezzük. El kell tehát fogadnunk, méghozzá fizikai indokok alapján, hogy a hossz és a bezárt szög általában nem szükségszerű tulajdonságai a vektoroknak. A vektorok irányított szakaszként történő heurisztikus tárgyalása, a szemléletre hagyatkozás megbosszulja magát a relativitáselméletben, ahol a négyes vektoroknak nincs hossza, sem bezárt szögük, és ezért misztikus, érthetetlen dolognak tűnnek és sok zavart okoznak eleinte a hallgatóknak.)

Jól figyeljük meg: a heurisztikus felfogásban ismertnek vett fogalom a hossz, a szög, ezekből határozzák meg a skaláris szorzatot, és aztán állítják, hogy merőleges vektorok skaláris szorzata nulla. Az egzakt hozzáállásban a skaláris szorzatot tekintjük adottnak (előírt tulajdonságaival), ebből értelmezzük a hosszat, a szöget és vektorok merőlegességét. Tehát ami állítás a szemléletes tárgyalásban, definíció lesz az egzakt megfogalmazásban.

Térjünk most rá a párhuzam másik vonalára, a fizikára. Még matematikailag nagyon igényes elméletifizika-könyvekben is mindennapos, hogy szemléletes nem matematikai fogalmakat kevernek a matematikai fogalmak közé, és ilyenekkel mondanak ki és bizonyítanak be állításokat, ami persze megengedhetetlen. Például a következőket olvashatjuk:

„Definíció. Anyagi pontok holonom kényszerek által korlátozott rendszerét merev testnek nevezzük, ha a kényszerfeltételt a pontok közötti távolságok állandósága jelenti.

Állítás. Egy merev test konfigurációs sokasága $\mathbb{R}^3 \times \mathrm{SO}(3)$, feltéve, hogy a testben van három nem egy egyenesben levő pont." [V.I. Arnold: A mechanika matematikai módszerei, Budapest, 1985, 133. old.]

Azonban az „anyagi pontok holonom kényszerek által korlátozott rendszere" nem matematikai fogalom. Még ha az is volna, az idézett könyv egy előző része alapján csak véges sok tömegpontra lenne definiálva, márpedig a merev testek legnagyobb része végtelen sok (kontinuum sok) pontból áll. Így a definíció és a tétel elfogadhatatlanok. A szemléletünkre hagyatkoznak, csak úgy, mint a vektorokról idézett heurisztikus tárgyalás. És majd itt is, a matematikai egzaktságú megfogalmazásban definíció lesz a vélt állításból, vagyis a merev test modelljének definíciójában az egyik rész épp az, hogy a konfigurációs tér $\mathbb{R}^3 \times \mathrm{SO}(3)$ (illetve egy ennek megfelelő, ügyesebben választott sokaság).

Kiindulási alapként tehát azt fogadjuk el, hogy a fizika mint elmélet a valóság jelenségeinek matematikai modelljeivel és a modellek valóságtartalmának vizsgálatával foglalkozik. Igen fontos, hogy élesen megkülönböztessük egymástól a fizikai valóságot és a matematikai modellt. Egy modell sosem tükrözi teljes egészében a modellezett jelenséget, és magában foglal a jelenségtől idegen vonásokat is. Gondoljunk például egy vasgolyóra, amelyet gömb alakú merev testnek modellezünk (hogy ez pontosan milyen matematikai objektumot jelent, arról most ne beszéljünk). Ez a modell nem ad számot arról, hogy a golyónak milyen a színe, hogy a felszíne érdes, hogy felmelegedhet, kitágulhat; ugyanakkor a modell szerint bármilyen erőhatásra is megőrzi tökéletes gömb-alakját. A modell és a valóság összetévesztése sok és komoly félreértésre vezetett már. Példaként említem a ponttöltés körüli zavarokat. Az elektront először ponttöltésként írták le, és ebből arra a következtetésre jutottak, hogy az elektron pontszerű. Aztán kiderült, hogy a ponttöltés szokásos modellje (matematikai tévedések vannak benne, csak ezt nem vették észre) ellentmondásokra vezet, ebből meg arra következtettek, hogy ponttöltés nem létezik, tehát az elektron sem pontszerű (erről még később is szót ejtek).

Addig persze, amíg a modell és a valóság közti különbség szembeszökő, mint például a klasszikus mechanikában, nem okoz különösebb gondot a modell és a valóság azonosítása, mert mindenek mögött, a tudatunk mélyén tisztában vagyunk azzal, hogy mégsem azonosak, és azzal is, miben különböznek. Azonban kevésbé nyilvánvaló összefüggésekben már súlyos zavarokat idéz elő. A kvantumelmélet nem szemléletes matematikai apparátusát és emiatt kezdetben nem eléggé tisztázott fogalmait nem lehetett közvetlenül megfeleltetni a valóság elemeinek. Felborulni látszott a valóság és modellje közötti harmónia, ami zavaros fizikai és filozófiai nézetekre vezetett. Az anyag eltűnt, mondták a kvantummechanika koppenhágai értelmezői, helyébe matematikai szimbólumok léptek, amelyek nem képviselnek objektíve létező dolgot.

Sajnálatosabb, hogy a modellt és a valóságot materialista művekben is összekeverik olykor. Íme: „A klasszikus elmélet szerint az elektron nagyon kicsiny, de meghatározott nagyságú. Később el kellett ejteni ezt a hipotézist, amely nem igazolódott, s az elektront pontszerűnek kellett tekinteni. Ma már senki sem tekinti pontszerűnek az elektront, noha óriási nehézségekbe ütközik olyan elmélet konstruálása, amely megfelel a relativitással összhangban álló nem-pontszerű elektronnak." [E. Bitsakis: A modern fizika és a dialektikus materializmus, Budapest, 1976, 68. old.] Itt tulajdonképpen arról van szó, hogy az elektront modellezhetjük pontszerűnek is, meg másképp is. A pontmodell egyszerű, számot ad az elektron sok tulajdonságáról, mindről persze nem. Más modell bonyolultabb, az esetleg jól leír más tulajdonságokat is, de az sem mindet. A pont-modellezés nem azt jelenti, hogy állítjuk, az elektron pontszerű. A Földet a Nap körüli pályájának leírásában pontnak vesszük, mégsem hiszi senki, hogy ezzel azt állítjuk, a Föld pontszerű. A Föld teljes leírása – a felületén mozgó járművekkel, emberekkel, folyókkal, árapállyal, rakéták kilövésével, stb. – szintén „óriási nehézségekbe ütközik".

Hasonló, másik tévedés az anyagi világ egységét azzal kimutatni, hogy a fizika különféle területein azonos típusú variációs elvekből vezetik le a törvényszerűségeket. „Ez az analógia nemcsak formai, hanem kifejezi az anyag különböző szintű szerveze-tének alapvető egységét. Ily módon, ha a hullám hosszúságát a nulla felé variáljuk, a hullámoptikáról áttérünk a geometriai optikára. Ha a fény sebességét végtelennek tekinthetnénk, a relativista fizikáról áttérhetnénk a klasszikus fizikára. Ha a h hatáskvantumot nulla felé variáljuk, a kvantumfizikáról visszatérünk a klasszikus fizikára." [Ugyanott, 59. old.]

A hullámoptika és a geometriai optika, a relativisztikus és a nem relativisztikus fizika, a kvantumfizika és a klasszikus fizika azonban nem az anyag különböző szintű szervezetei, hanem inkább az anyag létezésének különböző szemléletű leírásai. Nem érdektelen viszont felhívni a figyelmet arra, hogy még a leírásokra sem állják meg a helyüket a fent idézett kijelentések.

Például a variációs elvek igen kétséges érvényűek, a kvantumtérelméletben matematikailag értelmetlen szimbólumok összessége csupán. Továbbá nem igaz, hogy a h hatáskvantum nulla felé tartásával a kvantumfizikáról a klasszikus fizikára jutunk. A kvantumfizika bizonyos formulái ilyen határátmenetben a klasszikus fizika megfelelő formuláit adják, mások azonban nem; például az impulzus – amely a differenciáloperátor $-i\hbar$ -szorosa – a nullába menne át, ami nyilvánvalóan nem felel meg a klasszikus mechanikának.

2. A modellalkotás

Vegyük most alaposan szemügyre a matematikai modellezés különféle viszonylatait. Célunk a fizikai jelenségek matematikai modelljeinek a megalkotása. A modellezésnek két egyenrangú oldala van: a fizikai valóság és a matematikai modell. Újból hangsúlyozom, hogy ezeket élesen meg kell különböztetnünk. A fizikai valóság független a tudatunktól, olyan, amilyen. A matematikai modell függ a tudatunktól, olyan, amilyennek mi megalkotjuk; természetesen nem csak attól függ, nem lehet önkényes, hanem megfelelő valóságtartalommal kell rendelkeznie.

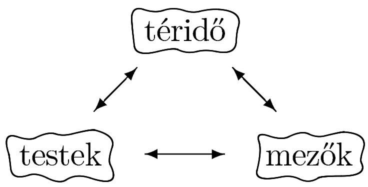
A matematikai modell matematikai objektum; a modellek elméletétől megkövételjük, hogy egzakt és ellentmondásmentes legyen (amennyire a matematika az). Ezzel szemben a fizikai valóságtól nem követelhetünk meg semmit.

A matematikai modell valamiképp tükrözi a fizikai valóság bizonyos tulajdonságait. A modelleket kísérleti eredményekre támaszkodva hozzuk létre, és következtetéseit kísérletileg ellenőrizzük, mennyire helytállók. A modellalkotás és -ellenőrzés, valamint a modell interpretálása kívül esik a matematikai elmélet biztonságos keretein, és ezért okoz sok gondot. Azonban minél világosabban látjuk a modell és a valóság közti különbséget, a modell és a valóság kapcsolatát, annál könnyebb a dolgunk, annál kisebb a veszélye az eltévedésnek.

A világ egy és oszthatatlan egész. Az egy és oszthatatlan világ leírása nyilván lehetetlen feladat. Ahhoz, hogy fizikát csináljunk, kénytelenek vagyunk a világ bizonyos részeit kiragadni, gondolatban elkülöníteni a többitől. (Például leírjuk a Föld keringését a Nap körül: elhagyjuk az összes többi égitest hatását, a fénynyomást, a kozmikus sugárzást, stb.)

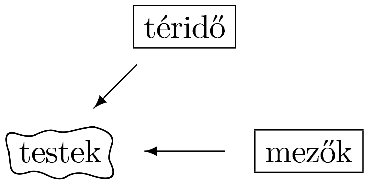
A fizika mai állása szerint a fizikai jelenségeket három nagy csoportba osztályozhatjuk; ezek a téridő, a testek és a mezők. Ne feledjük el, hogy már ez a csoportosítás bizonyos mértékű elvonatkoztatást tartalmaz, hiszen a valóságban nem különülnek el egymástól teljesen. (Korábban sokat elmélkedtek és vitatkoztak arról, a tér és idő –

jobban mondva a téridő – anyagi-e vagy sem, és e vitákban is nagy szerepet játszott a valóság és a modell összekeverése. „A materializmus elismeri az objektív valóság, vagyis a mozgásban levő anyag tudatunktól független létezését, ezért elkerülhetetlenül el kell ismernie az idő és a tér objektív valóságát is, eltérően mindenekelőtt a kantianizmustól, mely ebben a kérdésben az idealizmus talaján áll, s az időt és a teret nem objektív valóságnak, hanem az emberi szemlélet formájának tekinti.” [Lenin Összes Művei, 18. kötet 160. old.] A téridő objektív valóság; a róla alkotott képünk, azaz modellünk az emberi szemlélet formája. Ugyanúgy objektív valóság az elektron, a Föld, az elektromágneses hullám, a róla alkotott képünk, azaz modellünk viszont az emberi szemlélet formája.) Tehát az anyag létezésének leírásához három alapvető formát különböztetünk meg. Ezen három formának egyike sem önálló, abszolút; a nekik megfelelő jelenségek egymást kölcsönösen meghatározzák, egymásba átalakulnak, kölcsönhatásban állnak egymással. Ezt a szituációt így szemléltethetjük:



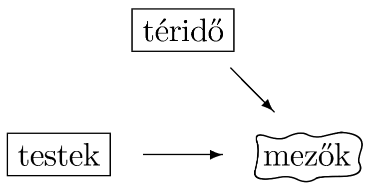
Ez a többoldalú, szüntelen és sokféle kölcsönhatás még mindig túl bonyolult ahhoz, hogy képesek lennénk leírni. Szerencsére a jelenségek egy részében a kölcsönhatások bizonyos vonásaitól eltekinthetünk, mert lényegtelenek másokhoz képest. Közelebbről azt mondhatjuk, hogy olyan jelenségeket tudunk jól leírni, amelyekben a kölcsönhatást hatással helyettesíthetjük, azaz úgy tekinthetjük, hogy a három jelenségcsoport közül kettő eleve adott, változatlan, „merev”, és csak a harmadiknak a jelenségei változnak, „hajlékonyak”. Tehát két csoport jelenségei előre rögzítve vannak, hatást gyakorolnak a harmadik csoport jelenségeire, meghatározzák azok létezését, de azok nem hatnak vissza. Aszerint, hogy melyik két jelenségcsoportot tekintjük adottnak, kapjuk a különféle elméleteket.

A mechanika: a téridő és a mezők vannak rögzítve:



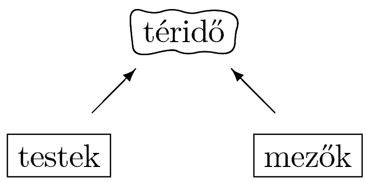
A Newton-egyenletek adott téridőben (eleve természetesnek szokás venni, hogy az időt valós számokkal, a teret számhármasokkal reprezentálják, de hogy ez már kikötés, feltételezés a téridőre, és hogy miféle, arról sajnos nem szokás beszélni, amivel máris alkalmat teremtenek a félreértésre), és adott mezőben – gravitációs, elektromágneses, stb. – írják le a testek mozgását. Elhanyagoljuk azt a tényt, hogy a valóságos testek elektromosan töltött részekből állnak, szüntelenül elektromágneses sugárzást bocsátanak ki és nyelnek el, ugyanúgy gravitációs üzeneteket küldenek és fogadnak be, vagyis sem a mezők, sem a téridő nem változatlanok. Természetesen a mechanikai leírás akkor jó, ha ezek a változások elenyészőek az adottakhoz képest (például egy labda gravitációs hatása a Földéhez képest).

A mezőelmélet (klasszikus elektrodinamika): a téridő és a testek létezése vannak rögzítve:



A Maxwell-egyenletek adott téridőben a testek adott létezése – azaz adott töltés- és árameloszlás – mellett írják le az elektromágneses mező létezését. Elhanyagoljuk azt a tényt, hogy a töltések kibocsátotta elektromágneses sugárzás is hat a töltésre. A sugárzási visszahatást (mint kölcsönhatást) az elektrodinamika keretén belül nem lehet tárgyalni (és egyelőre sehogy sem).

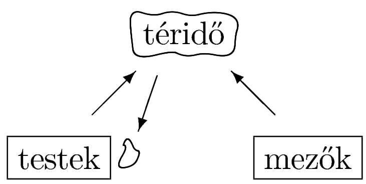
A gravitációelmélet: a testek és a mezők létezése vannak rögzítve:



A gravitáció Einstein-egyenlete az anyag energia-impulzus tenzorának ismeretében – vagyis a testek és a mezők adott eloszlása mellett – adja meg a téridő Minkowski-metrikáját. Megemlítem itt azt a fontos tényt, amiről hallgatni szokás, hogy a téridő sokaságát is eleve meg kell adnunk, – hiszen csak adott sokaságon van értelme tenzorról beszélni – tehát nemcsak a testek és a mezők, hanem a téridőnek egy fontos tulajdonsága is rögzítve van itt.

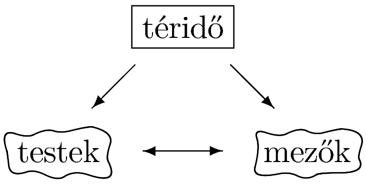
Ezek az elméletek viszonylag egyszerűek, jól alkalmazhatók egy sor jelenség leírására, de végülis durván leegyszerűsített képet adnak a valóságról. Fontos ezt szem előtt tartanunk, mert különben olyan tévedésekbe esünk, amelyekből a fizika – és filozófiai következtetései – még ma sem tudtak kilábalni. Hadd említsem itt csak a statisztikus fizikát, amelynek a célja, hogy tömegjelenségek alapján megmagyarázza a termodinamika törvényszerűségeit. Abból szokás kiindulni, hogy a testeket nagyon-nagyon sok apró részecske – atom, molekula – alkotja. Ezekre a részecskékre felírják a Hamilton-egyenleteket (amelyek a Newton-egyenletekkel egyenértékűek), aztán hivatkozva a részecskék nagy számára, bizonyos elhanyagolások és egyéb manipulációk után ki is hoznak némi eredményt. Régi probléma azonban, hogyan következhetnek a mechanika reverzibilis egyenleteiből a termodinamika irreverzibilis összefüggései. Sok ködös magyarázat született erre, pedig csak egyetlen világos van: sehogy. Vagyis tisztességesen sehogy. A látszólagos ellentmondásra az a magyarázat, hogy rossz volt a hozzáállás. Fel kell ismernünk, hogy egy test molekuláinak a mozgását nem írhatjuk le pusztán a mechanika egyenleteivel, amely nagyon durva közelítése a valóságnak. Egy makroszkopikus test belső életében nem elhanyagolható tény, hogy a molekulái állandóan elektromágneses sugárzást bocsátanak ki és nyelnek el. Úgy kell felfognunk, hogy minden jelenség a természetben irreverzibilis, a reverzibilitás csak a leírásban jelenik meg, amikor sok lényeges dolgot nem veszünk figyelembe. Megkockáztathatjuk azt a kijelentést is, hogy kölcsönhatás és irreverzibilitás összetartozó fogalmak; reverzibilitás és hatás szintén.

Egyelőre kölcsönhatást igazán nem tudunk leírni. Bizonyos részleges módon igen (például a nem-relativisztikus fizikában a tömegpontok gravitációs kölcsönhatása – többtest-probléma –, de ez is épp az érdekes test-mező kölcsönhatást kerüli meg). Más bizonyos esetekben úgy tűnik, mintha kölcsönhatást írnánk le, holott csak hatások egymásutánjáról van szó. Es akkor fordul elő, amikor a leírandó testeket két részre oszthatjuk, egy „nagyra” és egy „kicsire”. A nagy rész és a mezők (vagy a téridő) létrehozzák a téridőt (vagy a mezőt), amely visszahat a kicsire; például:



Konkrétan az általános relativitáselméletben a Nap (nagy test) és a nulla mező létrehozza a téridőt, és abban létezik a Merkur (kis test), amely nem hat sem a téridőre, sem a mezőre, sem a Napra), és így számolják ki a Merkur perihéliumának elfordulását.

Nem tudjuk kezelni az alábbi szituációt:



Íme a legegyszerűbb példa: adott téridőben két ponttöltés mozgását nem tudjuk leírni. Ugyanis a ponttöltések taszítják vagy vonzzák, ezért gyorsítják egymást, gyorsulásuk következtében elektromágneses sugárzást bocsátanak ki, azaz megváltozik az általuk keltett mező, ezért az egymásra hatásuk is; az elektromágneses mező és a ponttöltések mozgása kölcsönösen határozza meg egymást. Sem a mechanika, sem az elektrodinamika együttes eszköztára nem alkalmas ennek a jelenségnek a leírására. Az eddig ismertetett sémákból érthető, miért: a mechanika a mezők oldaláról „merev”, az elektrodinamika a testek oldaláról „merev”; ezeket nem ötvözhetjük össze olyan elméletté, amely mindkét oldalról „hajlékony”. Az a jelenlegi kvantumtérelmélet sikertelenségének az oka, hogy épp ezzel az összeötvözéssel próbálkozik.

Amit idáig elmondtam, az csak alapvető elvi kérdéseket érintett, körvonalazta, milyen módon álljunk hozzá a modellkészítéshez. Hogy pontosan milyenek az egyes jelenségek matematikai modelljei, az természetesen meghaladja e cikk kereteit, bár e modellek ismerete igen jelentős új gondolatokra vezet, amelyek a szokásos téziseket merőben más megvilágításba helyezik.

3. A modellek valószínűségi jellege

A fizikában az egyenes ok-okozati viszonyt determinizmusnak hívják, az ilyen leírást adó elméletet determinisztikusnak. A filozófiában viszont erre a mechanikus determinizmus elnevezés a szokásos. Jó lenne ezt meghonosítani a fizikában is, hogy a fogalmakat világosan elkülönítsük. Azonban például a mechanikusan determinisztikus jelző egy kissé nehézkes, furcsán hangzik. Ezért itt most én a merev determinizmus és mereven determinisztikus elnevezéseket használom.

Jól ismert, hogy a klasszikus mechanika talajából fakadt a merev determinizmus szemlélete: a jelen (adott kezdeti feltételekből a Newton-egyenlettel) egyértelműen meghatározza a jövőt. Ezért sokáig tartotta magát az a nézet, hogy véletlen jelenségek nem léteznek valójában, csak látszólagosan, a tudásunk hiányossága miatt. A kvantummechanika romba döntötte ezt a kényelmes és egyszerű elképzelést, és megmutatta, hogy a véletlen a jelenségek lényegi tulajdonsága. Ennek magyarázata azonban korántsem olyan kézenfekvő, ellenkezni látszik a „józan ésszel". Emiatt még ma is fellelhető az a törekvés, hogy a kvantummechanikát mereven determinisztikus elméletté gyúrják át. Holott, ha következetesen végigvisszük a fizikai valóság és a matematikai modell megkülönböztetését, rá kell jönnünk, hogy a klasszikus mechanikából sem száműzhetjük a véletlent.

Azzal kell kezdenünk, hogy az általános hiedelemmel ellentétben a Newton-egyenletek nem kizárólagos törvényszerűségei a pontmechanikának. Ugyanis a Newton-egyenlet csak akkor érvényes, ha a gyorsulás értelmes, vagyis a helyzetvektor időtől való függése kétszer differenciálható függvény; nevezzük ezt most sima mozgásnak. Márpedig ütközésekben ez nem áll. Amikor a labdát elhajítjuk, szabad mozgását a levegőben a Newton-egyenlettel írjuk le; a falról való visszapattanását azonban nem. Úgy tekintjük, a falra való becsapódásakor pillanatszerűen megváltozik a sebessége; hogy miként, arra ütközési szabályt kell megadnunk. Persze szokás mondani, hogy a visszapattanás nem pillanatszerű, a labda benyomódik, ezalatt lassul, aztán kirúgja magát, ezalatt gyorsul, és így végül „tulajdonképpen" mégis differenciálható függvény a mozgása. Csakhogy ekkor ki kell lépnünk a pontmodell keretein kívülre, leírnunk a labda deformációját, sőt a falét is, az érintkező testek felmelegedését, az ütközés csattanását, stb., ami korántsem egyszerű, mondhatni lehetetlen feladat. Kézenfekvőbb a pontmodell keretein belül maradnunk, és ésszerű feltevésekre alapozva megadni az ütközési szabályt. Például az impulzus-megmaradás és a mechanikai energiaveszteség-hányad (amit a fal és a labda anyagi minősége határoz meg) egyértelműen megadja a fal hatására létrejövő visszapattanási sebességet a becsapódás sebességének függvényében. A Newton-egyenlet és az ilyen ütközési szabály együttesen írja le a tömegpont mozgását. Ez ugyanúgy mereven determinisztikus, mint a sima mozgás Newton-egyenlettel való leírása. De vajon merev determinizmushoz jutnánk-e, ha a labda és a fal kölcsönhatását az előbb említettek szerint átfogón figyelembe akarnánk venni? Erre nem tudjuk a választ. Mint ahogy arra sem, ilyen elméletet kapnánk-e, ha nem hatást, hanem kölcsönhatást írnánk le a sima mozgásban, azaz a Newton-egyenlet helyett valami mással, ami figyelembe veszi, hogy a labdára fény esik, az elnyelődik, sugárzódik, a labda melegszik, hűl stb. repülés közben. Nyilvánvaló, hogy a határozatlanság kicsi lenne a kölcsönhatás kicsisége miatt, de nem zárható ki, hogy fönnállna. Sőt. Minden jel arra mutat, hogy fönnáll, csak olyan kis mértékű, hogy nem vesszük észre.

Menjünk tovább, és tekintsük most két labda ütközését. Még ha tömegpontoknak modellezzük is őket, kölcsönhatásnak és nem hatásnak kell leírnunk a találkozásukat, hiszen mindkét labda állapota megváltozik az ütközésben (ellentétben az előző esettel, amikor a fal változatlan maradt). És bizony ekkor, azaz tömegpontok ütközésénél az impulzus-megmaradás és a mechanikai energiaveszteség-hányad általában nem határozza meg egyértelműen a szétpattanási sebességeket a találkozási sebességek függvényében, és nincs is semmi további ésszerű feltevés, amivel azt a függvényt megadhatnánk. Az ütközés kimenetele a véletlentől függ. A merev determinizmus csődöt mond már a pontmechanikában is!

A matematikai egzaktságú modellalkotás igénye rákényszerít minket arra, hogy a modelleket valószínűségelméleti keretben fogalmazzuk meg. Kiderül, hogy a merev determinizmus – az egyenes ok-okozati viszony – csak bizonyos leírásokban jelenik meg, méghozzá szélsőséges esetként, amikor nagyon sok mindent figyelmen kívül hagyunk. Ugyanaz a helyzet, mint a reverzibilitással kapcsolatban. Itt is megkockáztathatjuk azt a kijelentést, hogy hatás és merev determinizmus (itt érdemes újra elővenni a filozófiában használatos terminológiát: mechanikus determinizmus) összetartozó fogalmak, kölcsönhatás és dialektikus determinizmus szintén.

Nem jelent indeterminizmust a jelenségek véletlen jellege. A dialektikus filozófiában már igen részletesen és meggyőzően kimutatták ezt, én csak néhány gondolatot fűzök hozzá. A véletlen és szükségszerűség dialektikája a fizikában az egyed és a sokaság ellentmondásos egységében nyilvánul meg. A jelen nem határozza meg kizárólagosan a jövőt. Az egyed pillanatnyi körülményei csak a lehetőségeit szabályozzák, oly módon, hogy melyik lehetőségnek mekkora az esélye a megvalósulásra. Egy megvalósult lehetőség aztán meghatározza az újabb lehetőségeket és esélyeket. Azonban az egyedek lehetőségei és esélyei összefüggnek egymással az anyagi világ egy és oszthatatlan volta miatt. Ez a magyarázata annak, hogy egy egyednek akármilyen kis esélyű lehetősége is bekövetkezhet, de az már gátolja más egyedek hasonló lehetőségeinek a bekövetkezését; így azonos körülményű egyedek esetén többnek valósul meg nagyobb esélyű lehetősége, kevesebbnek kisebb esélyű lehetősége, méghozzá pontosan meghatározott arányban.

4. Kvantummechanika és dialektika

A kvantummechanika hálóelméleti megalapozásában szokás az eseményalgebrát logikának nevezni. Ez sok félreértésre adott már okot, ezért jobb kerülni. Mindazonáltal kifejez valamit ez az elnevezés. A klasszikus formális logika és a Boole-algebrák között párhuzam vonható. A Boole-algebrák a klasszikus valószínűségelmélet eseményalgebrái. A kvantummechanikai valószínűségelmélet eseményalgebrái nem Boole-algebrák. Úgy tűnik, az ilyen kvantum-eseményalgebra és a dialektikus logika között vonható párhuzam. Sajnos erről még kevés konkrét tény mondható. Az viszont biztos, hogy a kvantummechanika egyes formulái a dialektika bizonyos vonatkozásainak mindmáig a legegzaktabb kifejezései. Most csak egyre szeretnék kitérni a Heisenberg-féle határozatlansági relációval kapcsolatban.

A dialektika tanítása szerint a dialektikus ellentétpárok egymást kölcsönösen feltételezik és meghatározzák, sőt egymásba átcsaphatnak. Például ha valamit nagyon pontosan, minden részletében ellenőrizni, kézben tartani akarunk, egy határon túl kicsúszik a kezünkből. Éles példa erre a túlzott központi irányítású gazdaság, ahol a legutolsó csavar előállításáig mindent elő akarnak írni, s amely végülis teljesen irányíthatatlan (szinte működésképtelen) lesz. A Heisenberg-féle határozatlansági reláció szerint a helyzet és az impulzus bizonytalanságának a szorzata alulról korlátozott, azaz minél kisebb a helyzet bizonytalansága, annál nagyobb az impulzusé (és vele együtt a sebességé). Ha tehát nagyon pontosan elő akarjuk írni, hogy egy részecske adott pillanatban hol legyen, annál nagyobb a sebességének a határozatlansága, és így annál bizonytalanabb, hol lesz a részecske később. Ha nagyon meg akarjuk fogni, elillan előlünk.