



Magyar Magfizikus Találkozó
2024, Debrecen

Az alfa-bomlás vizsgálata a nem-Hermitikus
kvantummechanika módszereivel 1:

Alapmodell

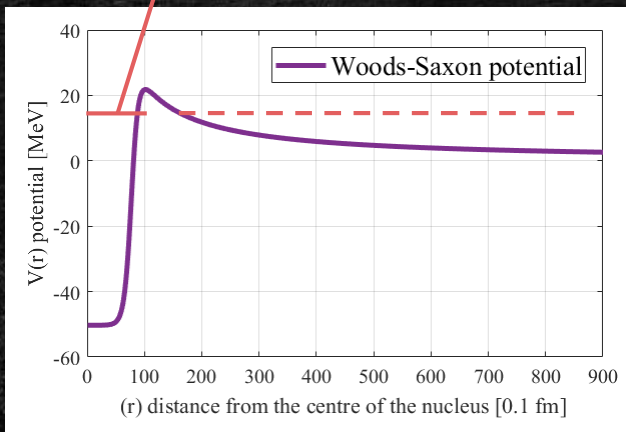
Dr. Kis Dániel Péter, Szilvási Réka, Andorfi István

Alapprobléma: alfa-bomlás

Pozitív energiájú alfa-cluster
kvázi-stacionárius állapotban



Klasszikusan tiltott, tisztán QM folyamat
Standard leírás: alagútjelenség (G.Gamow)
Módszer: WKB-közelítés, perturbáció számítás



Problémák:

1. Az alfa-cluster hullámfüggvényének peremfeltétele: komplex kifutó hullámhoz illesztés



Komplex energia, komplex hullámszám: divergens Gamow-Siegert hullámfüggvények

2. Konzisztensen, hogy lehet figyelembe venni egy $H_I(r, t)$ perturbáció hatását?

Komplex energia miatt az időeltolás invariancia megszűnik a hullámfüggvény esetében!

Kvázi-stacionárius állapot konzisztens QM-i leírása: nem-Hermitikus QM

Komplex energiasajátérték

$$E_1 = E_{1r} + \text{Im}(E_1) = E_{1r} - \frac{i}{2}\Gamma$$



nem-Hermitikus Hamilton operátor

Aszimptotikusan divergens térbeli hullámfüggvények



Mi a skalár szorzat (norma) az állapottérben?

$$k \in \mathbb{R} \rightarrow ke^{i\theta_{res}} \in \mathbb{C}$$

$$e^{ikx} = e^{ike^{i\theta_{res}}x}$$

$$\theta_{res} = \arctan\left(\frac{-\Gamma}{2E_{1r}}\right)$$

regularizálás

Megoldás: nem-Hermitikus QM

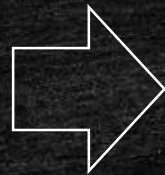
Komplex skálázás (complex scaling):

$$\hat{S}_\theta: q \rightarrow (q - q_0)e^{i\theta} + q_0$$

ABC (Aguilar-Balslev-Combes)-tétel:

$$\hat{S}_\theta \psi(q) = e^{i\frac{\theta}{2}} \psi(qe^{i\theta}) \xrightarrow{q \rightarrow \infty} 0$$

$$\hat{H}_\theta = \hat{S}_\theta \hat{H} \hat{S}_\theta^{-1} = e^{-2i\theta} \hat{T}(q) + \hat{V}(qe^{i\theta})$$



1. A \hat{H} kötött sajátállapotai a \hat{H}_θ komplex skálázott operátor sajátállapotai is (θ -független), amennyiben $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.
2. \hat{H} folytonos spektruma (az ún. szórási állapotok) 2θ szöggel fordul el a komplex energia-síkon.
3. E_{res} (komplex) sajátérték \hat{H}_θ spektrumában van, amennyiben $2\theta > |\arg(E_{res})|$

Közvetlenül a Hamilton-operátor spektrumából meghatározható a komplex energia!

Kvázi-stacionárius állapot konzisztens QM-i leírása: nem-Hermitikus QM

Példa (Moiseyev, Csótó):

$$V_{kG}(r) = -A_k e^{-C_k e^{2i\theta} r^2} + B_k e^{-D_k e^{2i\theta} r^2}$$

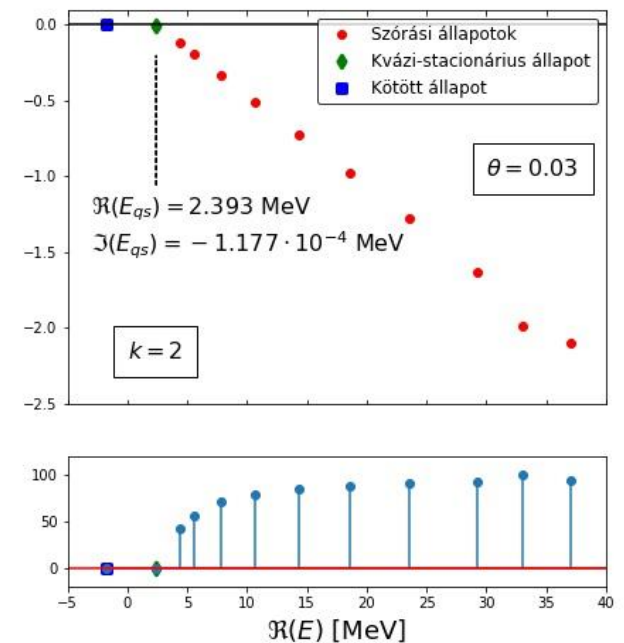
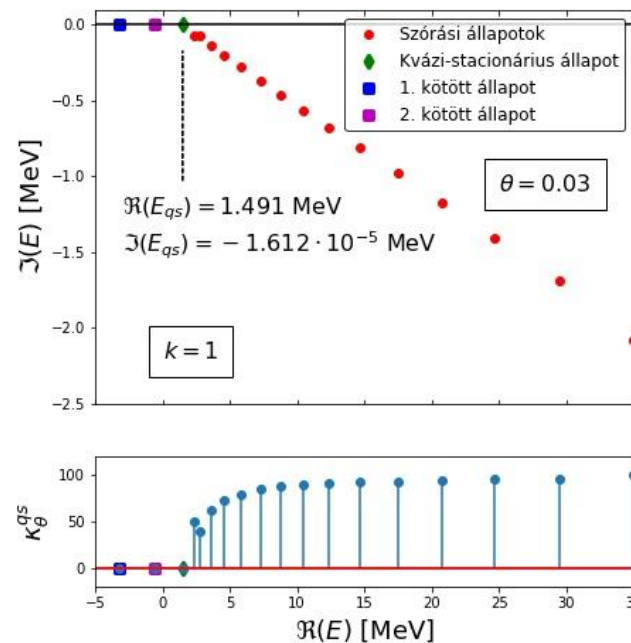
Spektrum meghatározása:

Hamilton mátrix előállítása
harmonikus bázisfüggvényekkel

$$H_{ij}^\theta = \langle u_i | H^\theta | u_j \rangle$$

$$\phi_0^\theta(r) = \sum_{j=0}^N c_j^\theta \underbrace{\frac{e^{-\frac{r^2}{2b^2}}}{r b^{3/2}} \mathcal{L}_j^{1/2} \left(\frac{r^2}{b^2} \right) \left[\frac{2\Gamma(j+1)}{\Gamma(j+3/2)} \right]^{1/2}}_{u_j}$$

Hamilton-operátor spektruma (harmonikus bázis)



$$\kappa_\theta^{qs} = \left(-\frac{\theta_{qs}}{2\theta} \cdot 100 \right) \quad \theta_{qs} = \tan^{-1} \frac{\Im(E)}{\Re(E)}$$

Komplex skálázott rendszer skalárszorzata: c-szorzat

$$(\psi_m^\theta | \psi_n^\theta) = \delta_{m,n}$$

$H_I(r, t)$ perturbáció a nem-Hermitikus QM-ban

Trükk: Floquet-típusú kiterjesztés

$$\left[H_0(r) - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + H_I(r, t) \right] \psi(r, t) = 0$$

$H_{F,0}(r, t)$

$$H_{F,0}(r, t)\phi(r, t) = \varepsilon\phi(r, t)$$

Sajátérték probléma a kiterjesztett Hilbert téren

$$\mathcal{H}^{ext} = \mathcal{H} \otimes \mathcal{H}_t$$

Komplex skálázással
normálható,
c-szorzat

Kvázi stacionárius rendszer
kompakt időfüggő állapotfüggvény!
Valódi Hilbert-tér!

Formálisan időfüggetlen perturbációszámítással
meghatározható $H_I(r, t)$ okozta komplex energiakorrekció:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(1)} &= ((\tilde{\Phi}^\theta(\mathbf{r}, t) | \hat{H}_I^\theta | \tilde{\Phi}^\theta(\mathbf{r}, t))) = \\ &= \mathcal{N}^2 \int_0^\infty dt e^{-\frac{\Gamma}{\hbar} t} (\varphi^\theta(\mathbf{r}) | \hat{H}_I^\theta(\mathbf{r}, t) | \varphi^\theta(\mathbf{r})) \end{aligned}$$

Réka Szilvási and Dániel P Kis,
J. Phys. A: Math. Theor. **55**, 275301 (2022)

Magfizikai alkalmazások

Probléma:

$$E_1 = E_{1r} + Im(E_1) = E_{1r} - \frac{i}{2}\Gamma$$

Sok nagyságrend eltérés a valós és a képzetes energia között!

Numerikusan nehezen kezelhető probléma!
Csak speciális kérdések vizsgálatára alkalmas

Ideális esetek:

1. Alkalmasan választott izotón sorok alfa-bomlásának vizsgálata (abszolút számítás)
2. Szuper intenzív lézertérrel asszisztált alfa-bomlás vizsgálata (relatív számítás)
3. Szuper intenzív lézertérrel asszisztált közbenső mag képződésével járó folyamatok vizsgálata (abszolút és relatív számítás)

Köszönöm a figyelmet!