



Magyar Magfizikus Találkozó
2024, Debrecen

Az alfa-bomlás vizsgálata a nem-hermitikus
Kvantummechanika módszereivel
2.: Izotón sorok modellezése

Andorfi István, Szilvási Réka, Dr. Kis Dániel Péter

Áttekintés: Alfa-bomlás egy *speciális* képben

$$\Gamma^{\text{exp}} = s_0 \cdot \Gamma$$

- Kétlépcsős folyamat: **fürtösödés** + **alagutazás**

Megképződött alfa-fürt leírása

- Alagúteffektus tárgyalása egy speciális képben:
kvázi-stacionárius kvantumállapotú alfa-fürt

- **Komplex energia**, véges élettartam
- Nem-hermitikus kvantummechanikai formalizmus (NHQM)

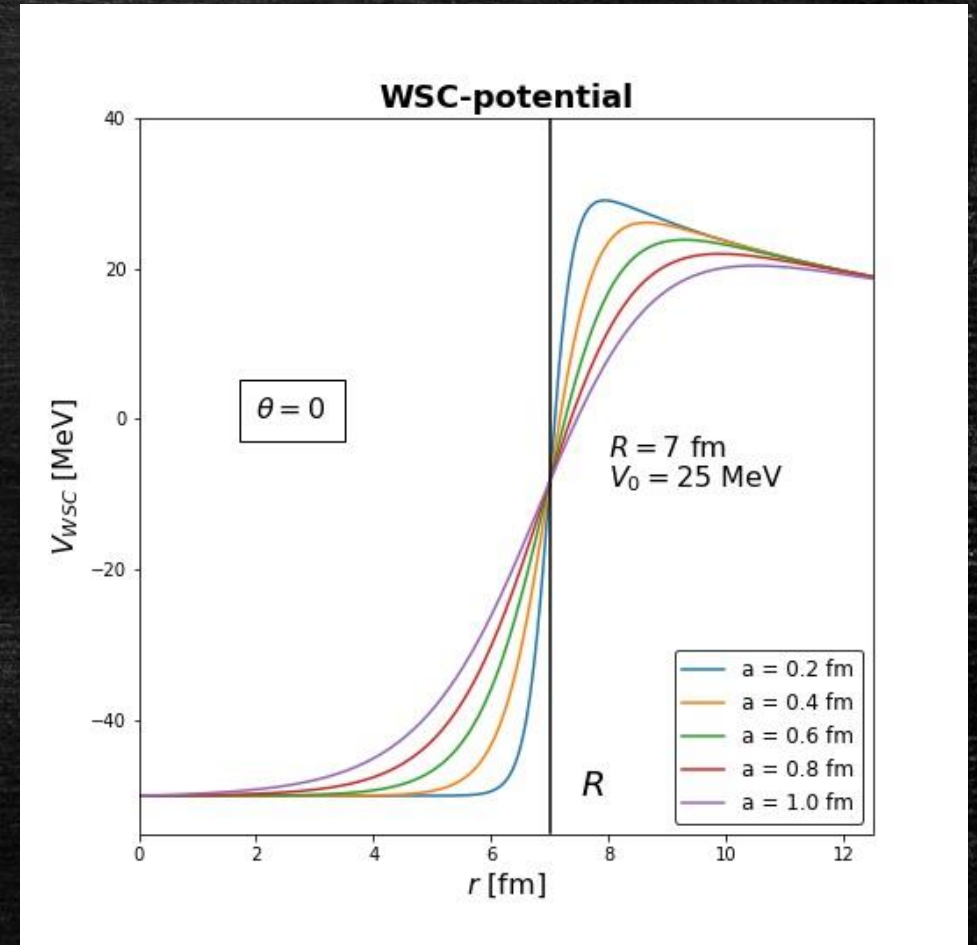
$$E_{qs} = E_0 - i \frac{\Gamma}{2}$$

Alfa-alagutazás átlagtér modellje

Nukleonok közti kölcsönhatás átlagtérre redukálása (Coulomb + magerő): WSC-potenciál

$$V_{\text{WSC}}(r) = -2V_0 f(r) + (1 - f(r)) \frac{C_0}{r}$$

$$f(r) = \frac{1 + \cosh(R/a)}{\cosh(r/a) + \cosh(R/a)}$$



Elméleti modell

A komplex skálázott Hamilton-operátor:

$$\hat{H}_0^\theta = -\frac{\hbar^2}{2M} e^{-2i\theta} \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} r - 2V_0 f(e^{i\theta} r) + \left(1 - f(e^{i\theta} r)\right) \frac{c_0}{e^{i\theta} r}$$

Klaszter-héjmodell: perturbációszámítás bázisa a harmonikus oszcillátor sajátfüggvény-rendszere.

$$\phi_0^\theta(r) \approx \sum_{j=0}^N c_j^\theta \frac{e^{-\frac{r^2}{2b^2}}}{r b^{\frac{3}{2}}} \mathcal{L}_j^{\frac{1}{2}}\left(\frac{r^2}{b^2}\right) \left[\frac{2\Gamma(j+1)}{\Gamma\left(j+\frac{3}{2}\right)}\right]^{\frac{1}{2}} = \sum_{j=0}^N c_j^\theta w_j(r)$$

Szabad paraméterek: V_0, a, b

Numerikus módszer

Komplex spektrumszámítás:

$$H_{i,j}^{\theta} = \langle w_i | \hat{H}_{\theta} | w_j \rangle$$

Spektrum numerikus közelítés a véges Hamilton-mátrix diagonalizálásával.

Kvázi-stacionárius állapot megtalálása a spektrumban az ABC-tétellel.

Cél: Kvázi-stacionárius sajátenergia valós része = kísérleti alfa-energia Q_{α} .

Kísérleti és számított képzetes részek közti kapcsolat: $\Gamma^{\text{exp}} = s_0 \Gamma$

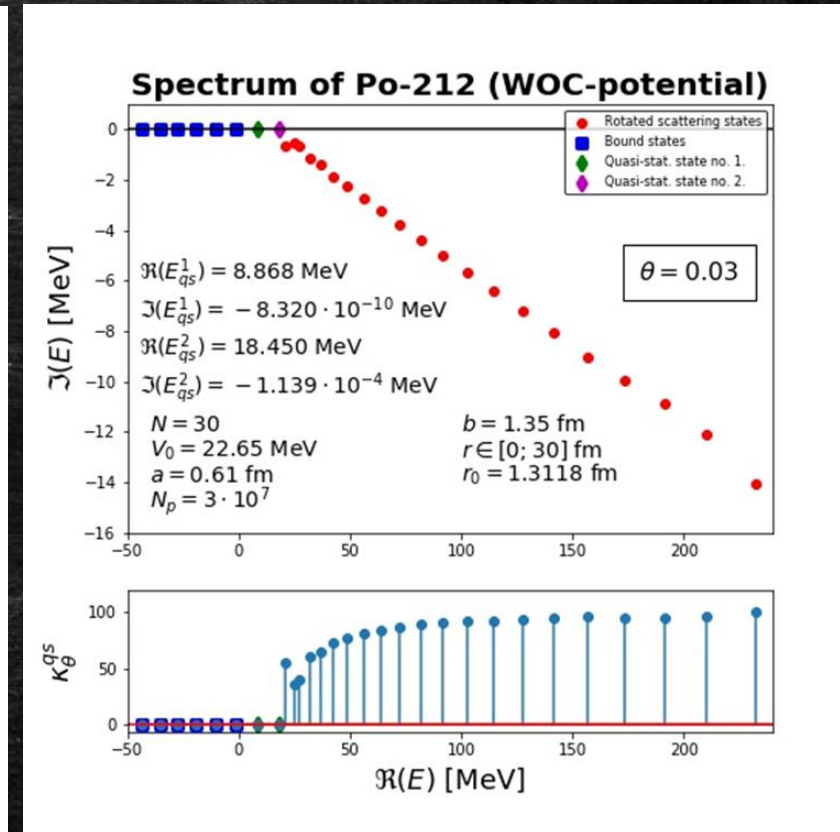
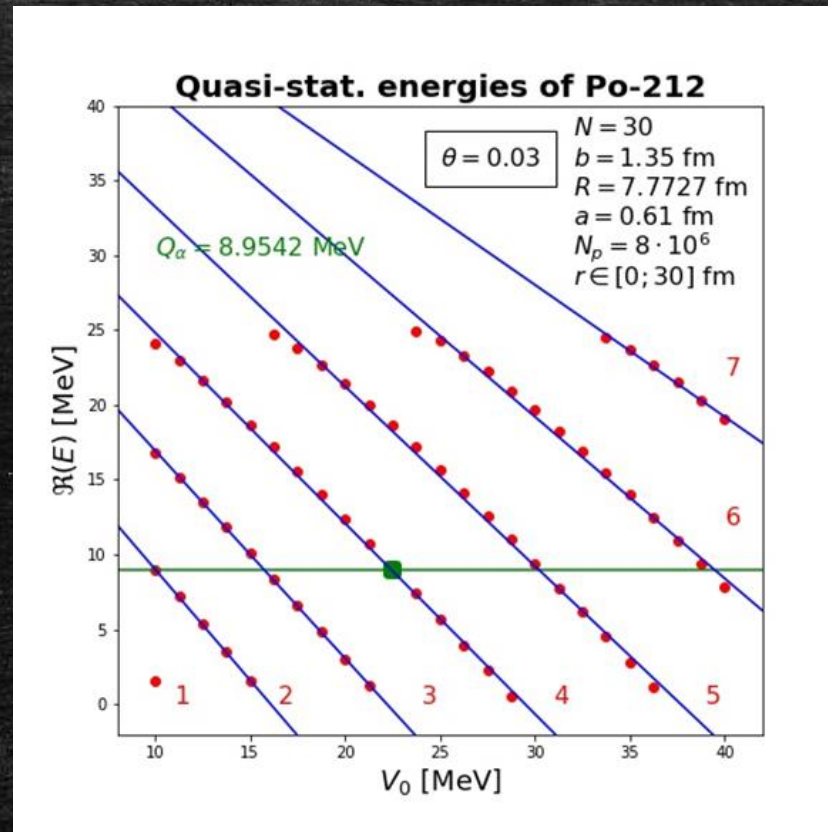
s_0 : atommag-struktúra faktor (becslési hibák + magstruktúrából adódó eltérések).

Példa: ${}^{212}_{84}\text{Po}$

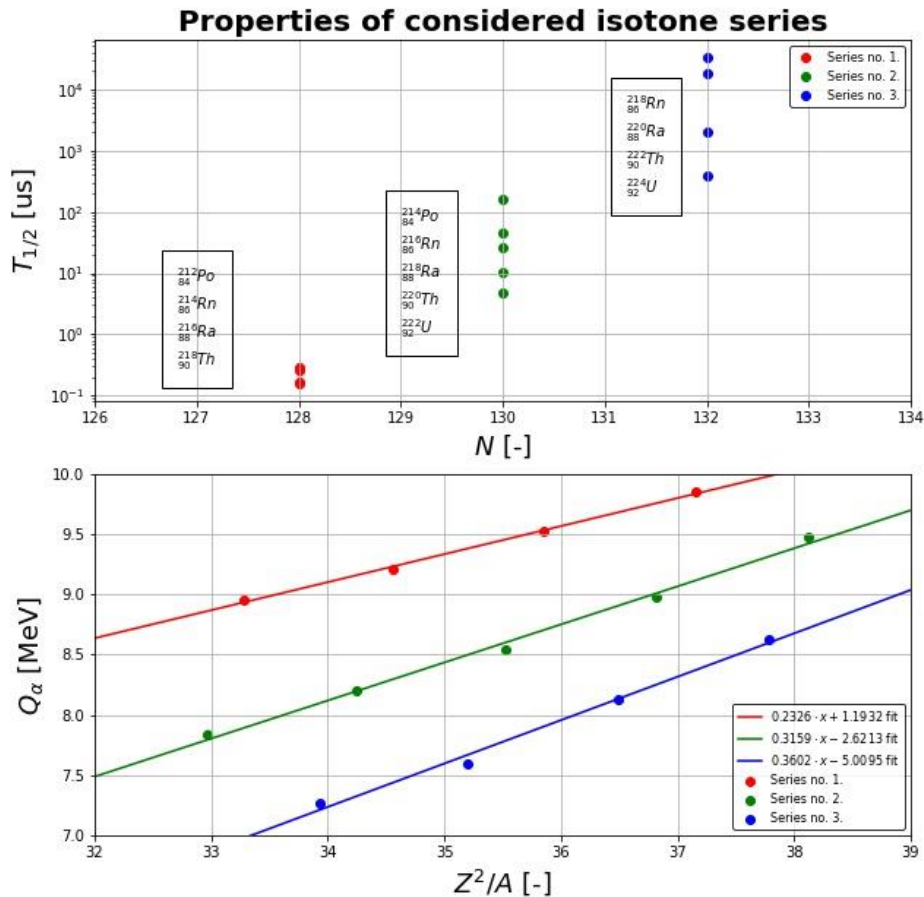
$$\Gamma^{\text{exp}} = 1.52 \cdot 10^{-15} \text{ MeV}$$

$$Q_\alpha = 8.954 \text{ MeV}$$

$$s_0 = 9.14 \cdot 10^{-7}$$



Izotón sorok: $N = 128, N = 130, N = 132$



Magszerkezet \sim neutronok
Coulomb-potenciál \sim protonok

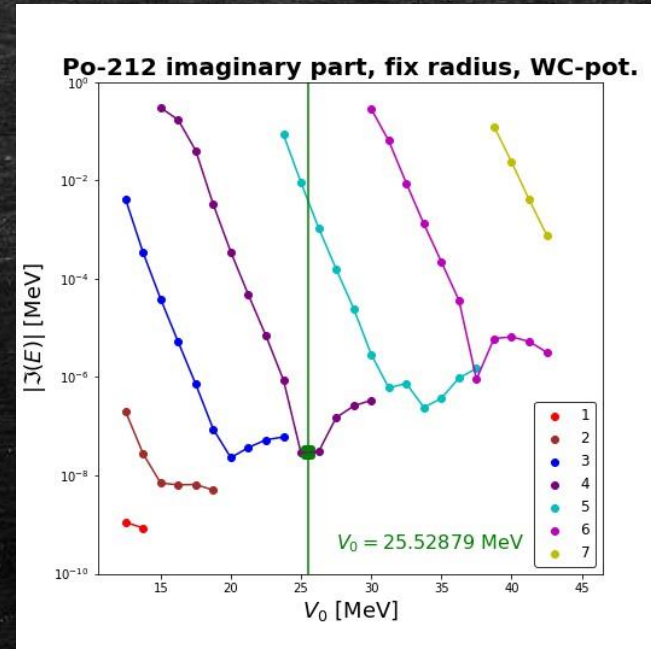
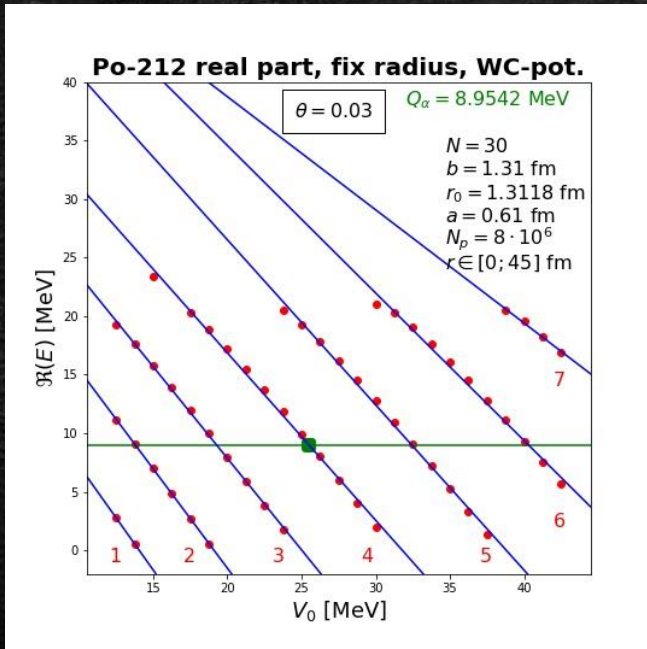
\Rightarrow izotónok vizsgálata

Szempontok:

- Rövid felezési idő (us)
- Páros-páros
- Alfa-bomló

Izotón soron belül a és b konstans.

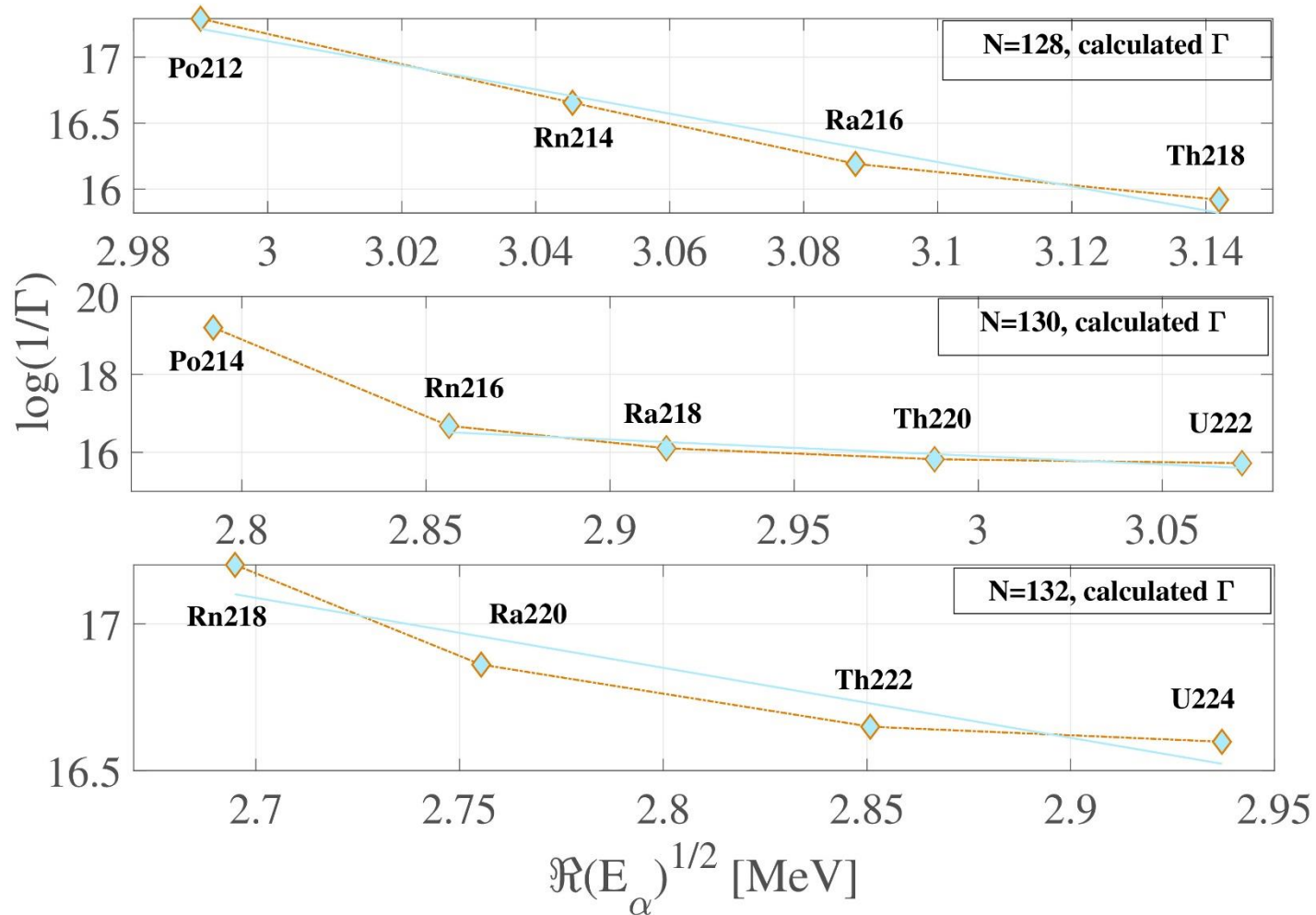
Illesztéses módszer



V_0 skálázása, valós rész illesztése a kísérleti alfa-energiához.

Képzetes rész interpolálása az illesztésből.

A Geiger-Nuttall szabály elméleti alátámasztása

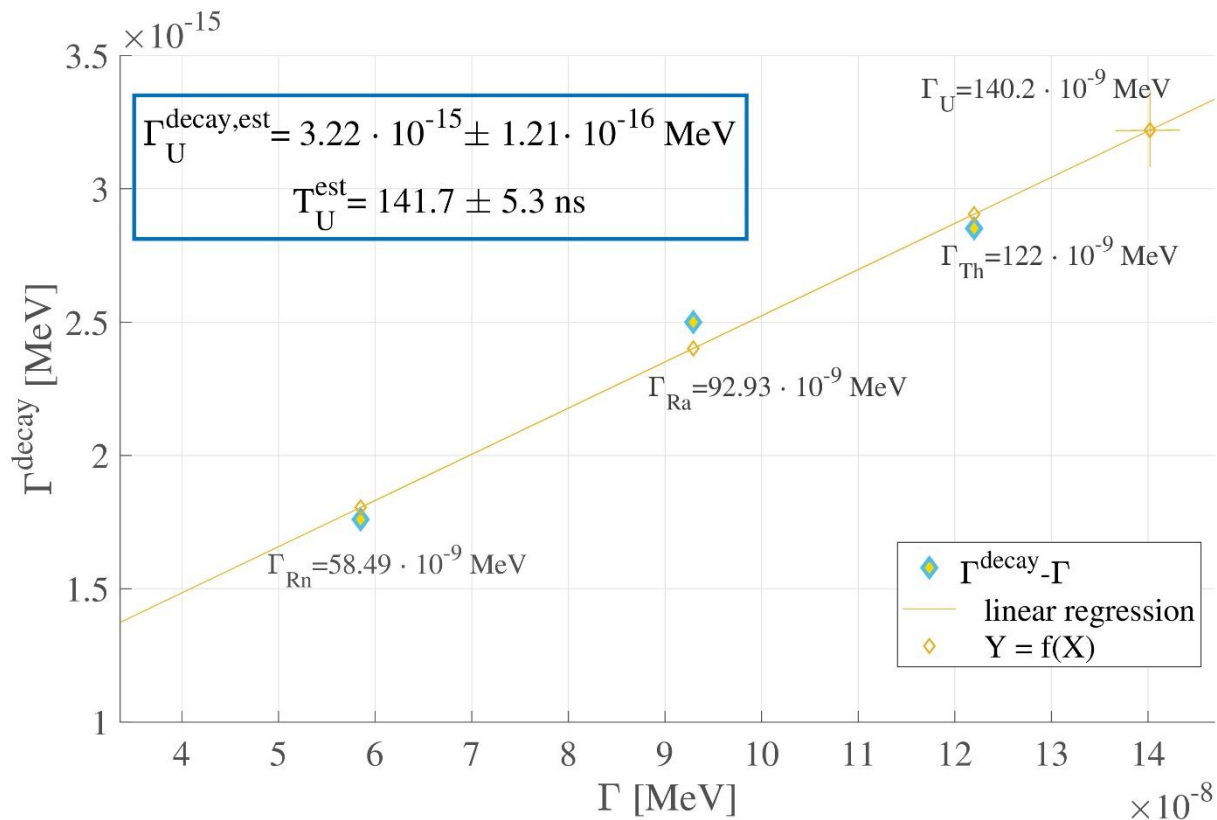


Geiger-Nuttall szabály: kísérleti tapasztalat szerint alfa-bomlásra

$$\log T_{1/2} = A \cdot Q_\alpha^{-\frac{1}{2}} + B$$

Összefüggés a komplex energia-sajátérték valós és képzetes részei között.

$^{220}_{92}\text{U}$ felezési ideje



Ismeretlen felezési idejű izotóp: $^{220}_{92}\text{U}$

Alfa-energia meghatározása: $\frac{Z^2}{A}$ alapján

Képzetes rész illesztésből.

Lineáris illesztés extrapolálása a kapott képzetes részre.

Felezési idő visszaszámolása:

$$T_{1/2} = 141.7 \pm 5.3 \text{ ns}$$

Páratlan-páros magok

Rainwater modell: forgási ellipszoid deformáció, deformációs paraméter: $\varepsilon = \frac{b-a}{R} \ll 1$

Potenciál deformációja első rendben: Nilsson-modell: $V'(\mathbf{r}) = V(r) - \beta' r \frac{dV(r)}{dr} Y_2^0(\vartheta, \varphi)$
 \Rightarrow Woods-Saxon tag deformációja

Coulomb-tag csak a magon kívül:

- Multipól sorfejtés (kvadrupól rendig)
- Elsőrendű sorfejtés ellipszoid koordinátákon.

$$V(r, \vartheta, \varphi) = V_0 \left(\frac{K_0}{L^2} r^2 - 2 \right) f(r) + (1 - f(r)) V_{\text{ell}}(r, \vartheta, \varphi) - \\ - \beta' r \left[\frac{2V_0 K_0}{L^2} r f(r) - \frac{1}{a \cosh(r/a) + \cosh(R/a)} V_0 \left(\frac{K_0}{L^2} r^2 - 2 \right) f(r) \right] Y_2^0(\theta, \varphi),$$