

# Valószínűségi-hullámcsomagok ütközése potenciálgátakkal

---

Gurzó József – ELTE TTK Fizika BSc 2. éves hallgató

Témavezető: Fejős Gergely – ELTE TTK Fizikai intézet, Atomfizikai tanszék

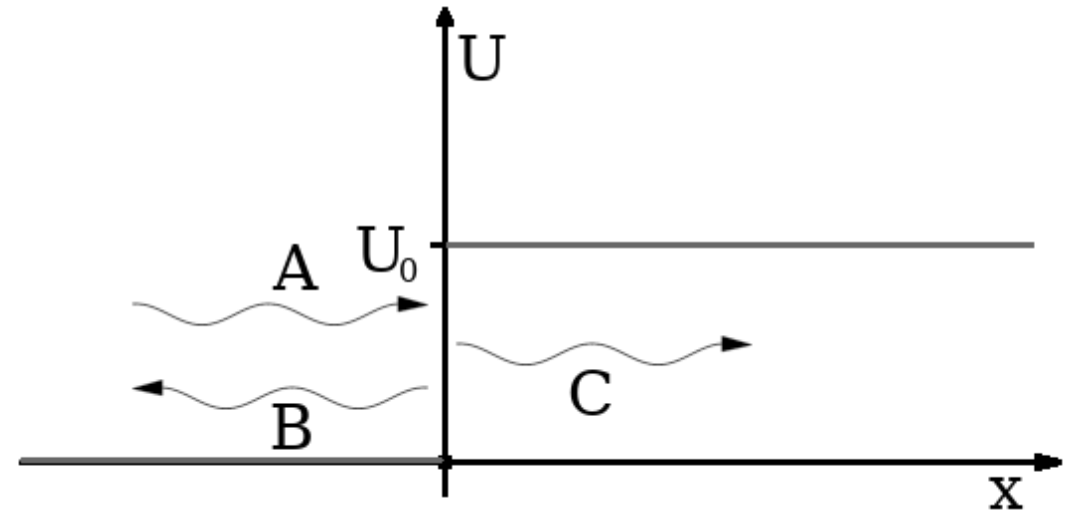
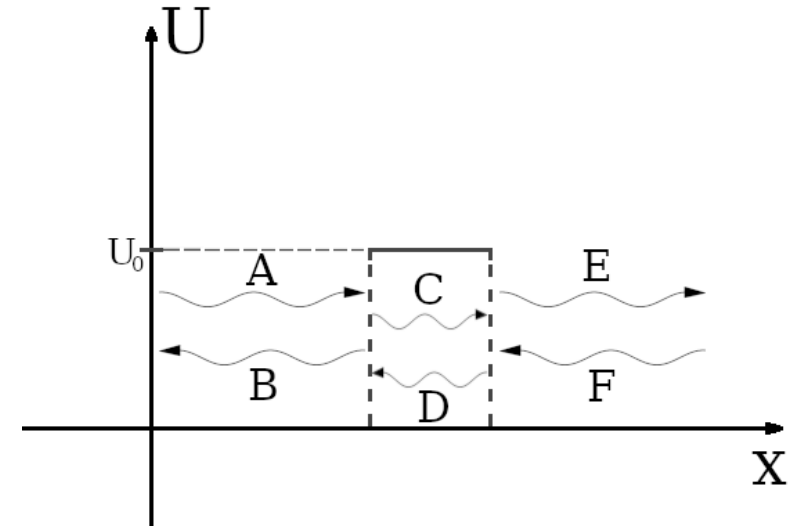


**ELTE**

EÖTVÖS LORÁND  
TUDOMÁNYEGYETEM

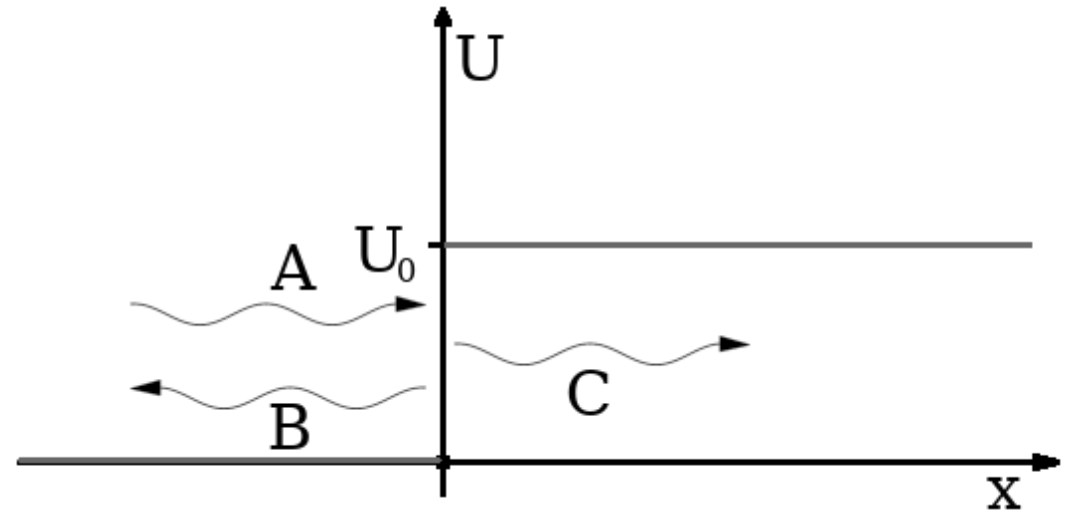
# Bevezetés

- Gyakran használt közelítés: adott hullámszámú síkhullámok
- Nem realiztikus (Heisenberg határozatlansági reláció)
- Síkhullámok helyett hullámcsomagokkal modellezünk
- Eszköztár elkészítése, amely megkönnyíti a hullámcsomagok modelljének alkalmazását különböző fizikai problémák esetén (pl: alfa – bomlás)
- Ehhez egyszerűbb potenciálokat esetét vizsgáltam meg: potenciállépcső, szimmetrikus-kettőspotenciálgát



# Potenciállépcső

- Időfüggetlen Schrödinger – egyenlet megoldása az egyes térrészekben --> adott hullámszámú síkhullámok
- Határfeltételek kielégítése  $\rho(k) = \frac{j_r(k)}{j_i(k)} = \left| \frac{k - k'}{k + k'} \right|^2$
- Reflexiós és transzmissziós tényező definiálhatása valószínűségi áramokkal
- Bejövő, visszavert és átjutó hullámcsomagok összeállítása az előbb kiszámolt síkhullámokból
- Általánosan nem elvégezhető integrálokat kapunk



# Potenciállépcső

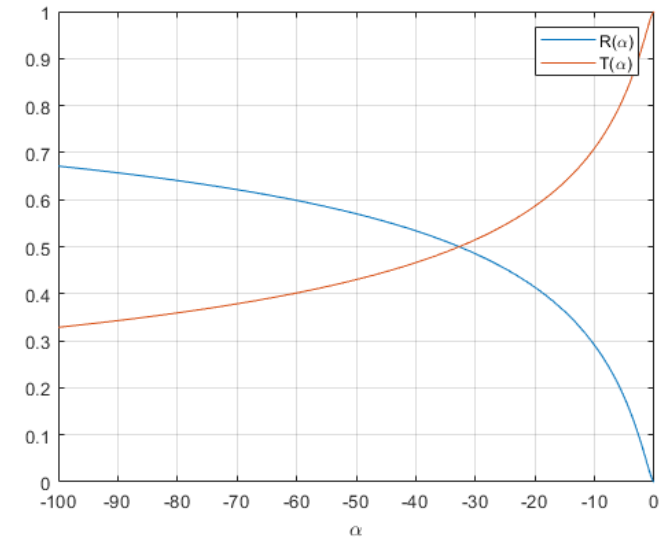
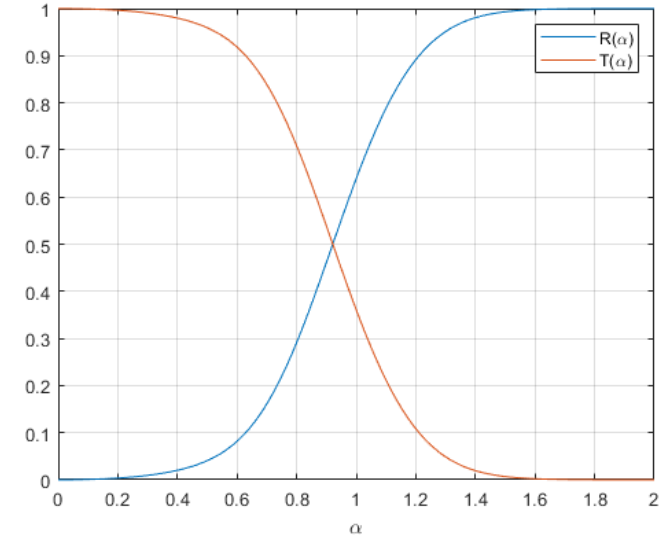
- A hullámcsomagokat leíró integrálok numerikusan közelíthetőek, animáció
- Reflexiós és transzmissziós tényezők újradefiniálása hullámcsomagokra

$$R = \int_0^{\infty} \rho(k) |r(k)|^2 dk$$

$$T = 1 - R$$

általánosan

Gátról visszavert/gáton átjutó összes valószínűség ( $t \rightarrow \infty$ )



# Potenciállépcső

- Animáció:
- [https://drive.google.com/file/d/1TsiPKtuK1RUccqn7x2z5z8qInl3vpmZ1/view?usp=share\\_link](https://drive.google.com/file/d/1TsiPKtuK1RUccqn7x2z5z8qInl3vpmZ1/view?usp=share_link)

## Alfa bomlás potenciállépcsőkkel

2 azonos magasságú potenciállépcső  
között pattogó keskeny  
hullámcsomag



A potenciállépcsőknél kisebb energiájú  
módusok nem tudnak kijutni a gödörből



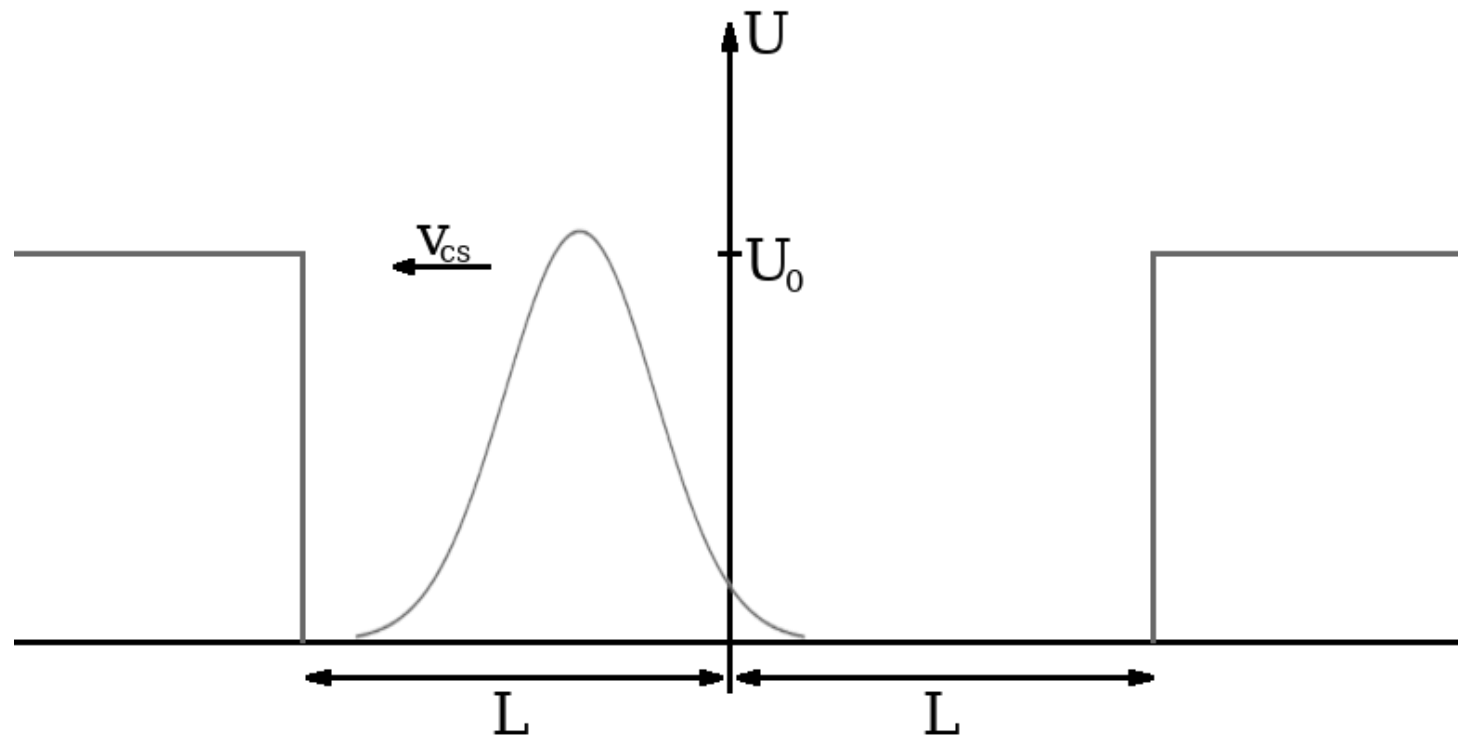
A modell nem adja vissza a bomlási törvényt



A potenciállépcső feltehetően nem  
megfelelő a jelenség helyes  
modellezésére

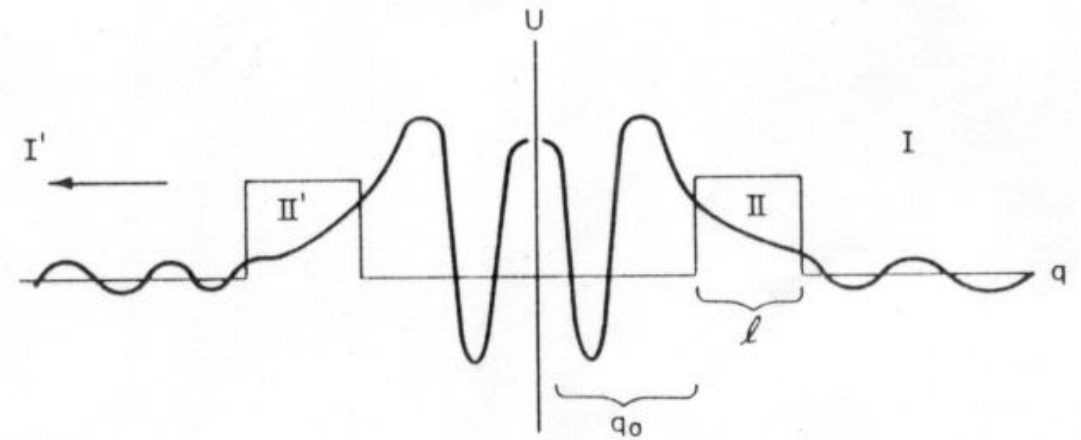
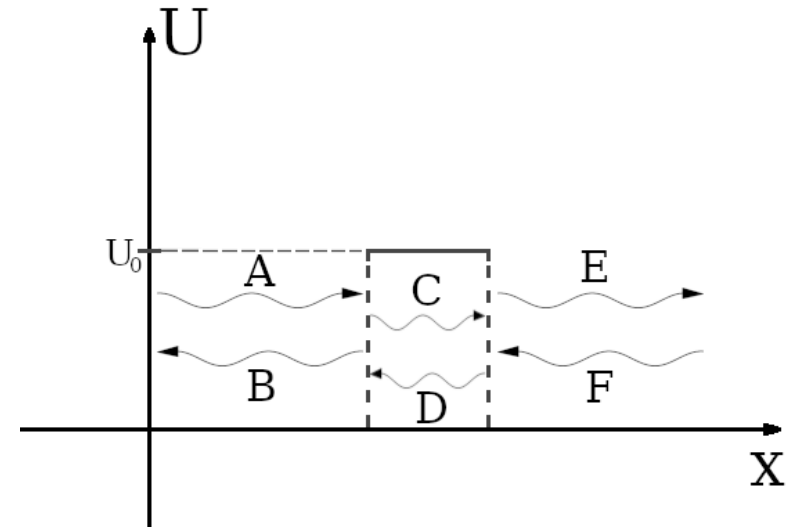


Potenciálgátak?



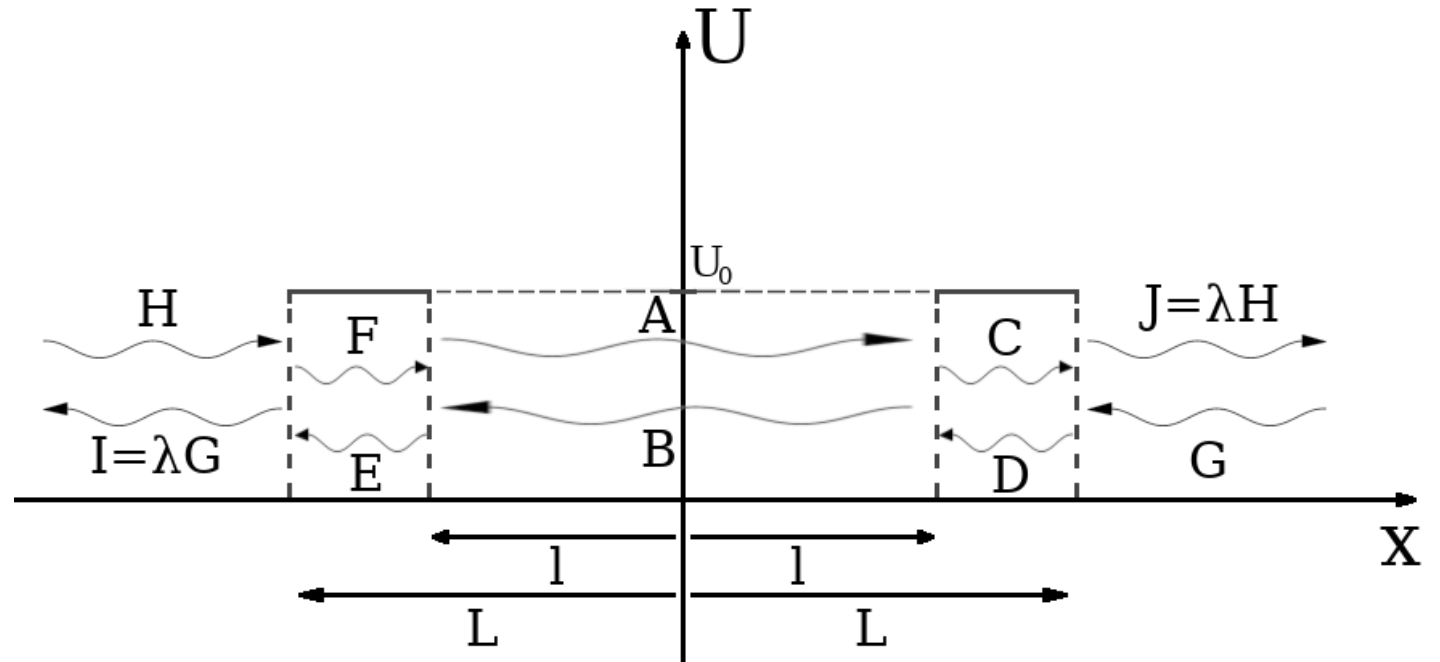
# A Gamow-közelítés

- Szimmetrikus kettős-potenciálgát használata
- Síkhullám közelítést alkalmaz
- A potenciál szimmetriája miatt a hullámfüggvényt is szimmetrikus alakban keresi
- Egy gátra oldja meg a problémát, tükrözi és a két megoldást illeszti
- Az atommagba nem érkezik be kívülről semmilyen hullám, "F=0"
- A határfeltételek miatt az illesztés csak úgy végezhető el, ha minden amplitudó 0
- Komplex energia bevezetésével ez kikerülhető
- A bezárt valószínűség exponenciális lecsengést fog mutatni (bomlási törvény)
- Egyezik a Geiger-Nuttall törvénnyel is  $\log_{10} \lambda = -\frac{a_1}{\sqrt{E}} + a_2$



## Szimmetrikus kettős-potenciál

- A hullámcsomag előállításának módja megegyezik a potenciállépcsőnél részletezettel
- Az időfüggetlen Schrödinger – egyenlet megoldásánál nem tesszük fel, hogy nincs bejövő síkhullám, mivel hullámcsomagok esetében ennek van értelme
- Szimmetrikus és antiszimmetrikus megoldások szuperpozíciója az adott hullámszámú síkhullám
- Ezek szuperpozíciójából kapjuk a hullámcsomagot





# Alfa-bomlás

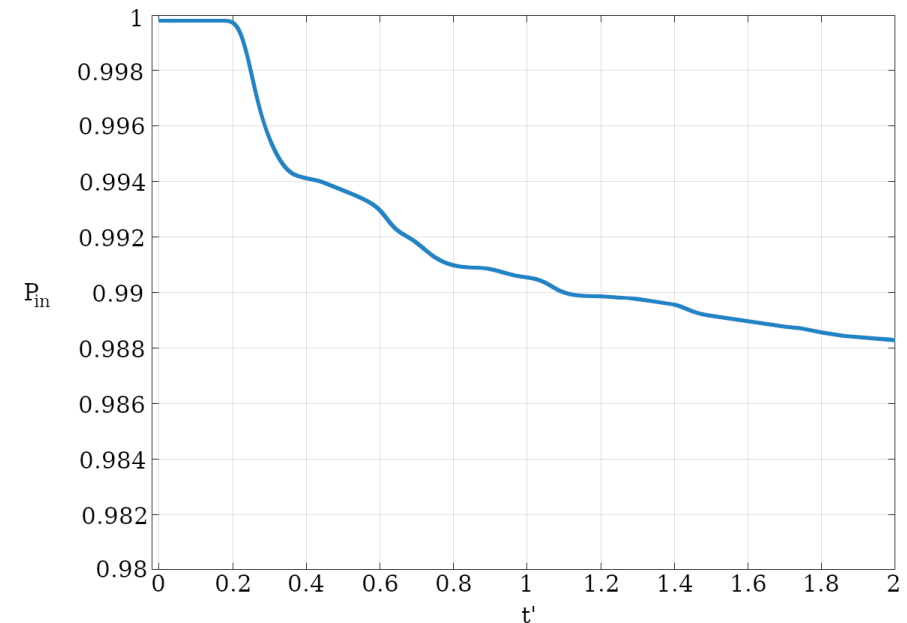
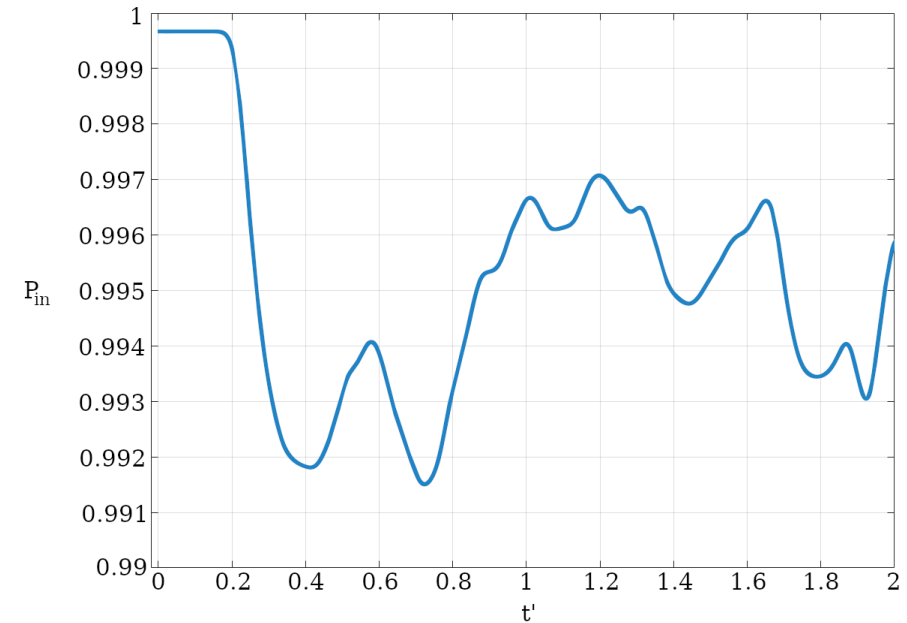
- A problémát numerikus úton oldjuk meg, szimulációval
- Eljárás: kezdeti hullámfüggvény időfejlésztése
- A Hamilton – operátor és az időfejlésztő operátor véges mátrixokkal közelíthető
- Egységrendszer változtatása, hogy a számítógép ne kelljen irreálisan nagy/kicsi számokkal számoljon

Pl.:  $\hbar' = 1$  ,  $2m' = 1$  ,  $U' = 200$

- [https://drive.google.com/file/d/1FSXPenlyJtTE\\_hzL8skQp\\_SIU7Emxgmx/view?usp=share link](https://drive.google.com/file/d/1FSXPenlyJtTE_hzL8skQp_SIU7Emxgmx/view?usp=share_link)

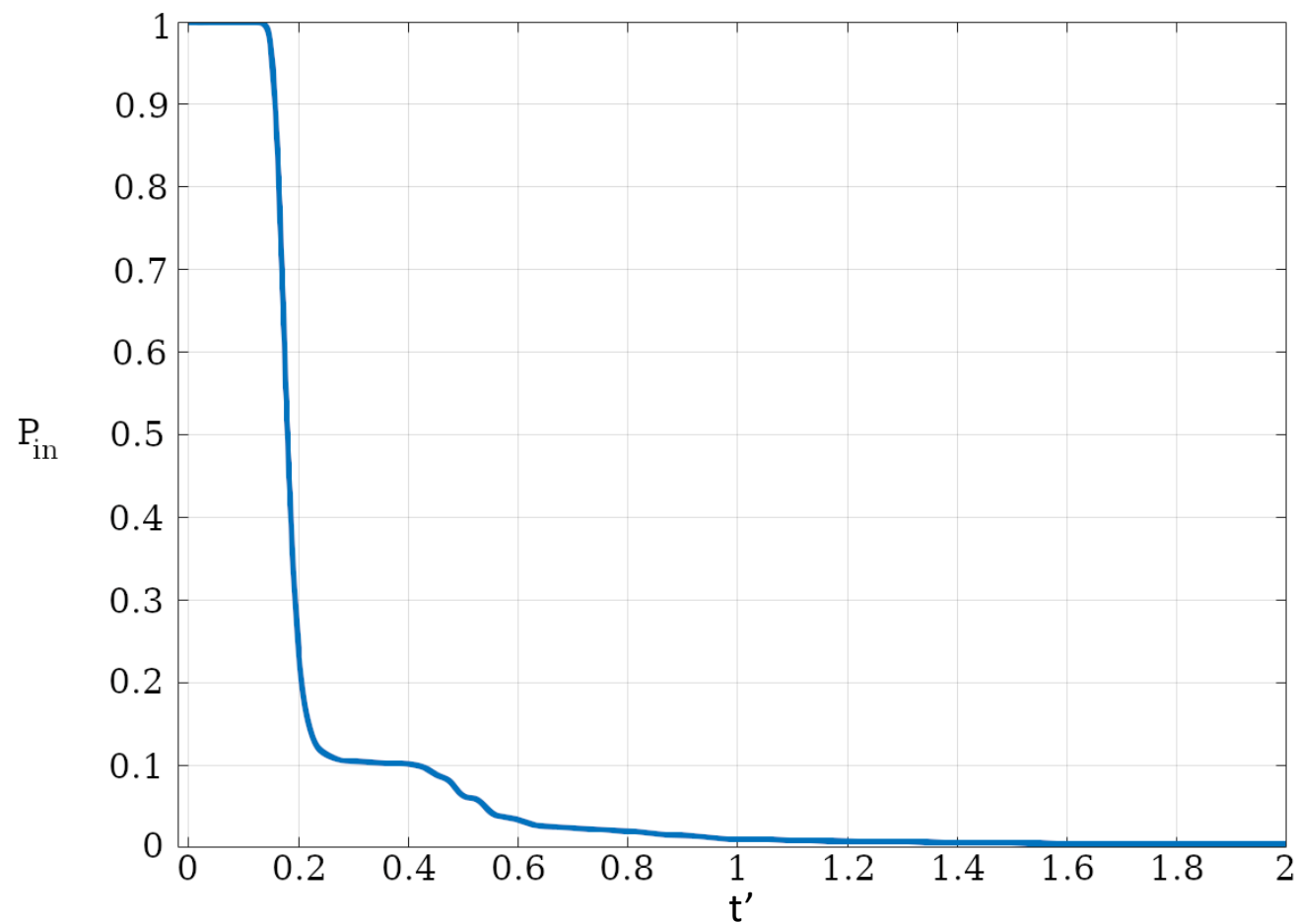
# Alfa-bomlás, Mikroszkopikus időfejlődés

- Valószínűség kifolyása
- Oszcillációs anomália
- Magyarázata, megoldása
- Eleinte lépcsőzetes kifolyás a pattogással magyarázható
- **A nagy energiájú módusok gyorsan kijutnak**
- **A hullámcsomag szétfolyása mikroszkopikus jelenség**



## Alfa-bomlás, Makroszkopikus időfejlődés

- Numerikus problémákból kifolyólag a szimulációnak időbeli korlátja van, makroszkopikus időfejlődést rendkívül nagy kihívás szimulálni
- A mikroszkopikus időfejlődés során megfigyelték segíthetnek a makroszkopikus időfejlődés analitikus közelítésben
- Az alfa-bomlás makroszkopikus jelenség a legtöbb esetben, de a "nagy" energiájú alfa-részecskék esetén mikroszkopikus
- Az alfa-bomlás lépcsős modellje utóbbi esetben jól alkalmazható



# Összefoglalás

- Alfa-bomlás potenciállépcsőkkel
  - A hullámcsomag szétfolyásáig közelítőleg helyes
  - A bomlási törvényt nem reprodukálja
- Alfa-bomlás szimmetrikus kettős-potenciálgáttal
  - A Gamow féle modellen alapul, de tőle eltérően nem szükséges hozzá komplex energiasajátértékeket feltételezni
  - Szimuláció a hullámcsomag mikroszkopikus időfejlődésről, melyen a következőket figyelhetjük meg:
    - A hullámcsomag nagy energiájú módusai a mikroszkopikus időfejlődés során elhagyják az atommagot
    - A hullámcsomag szétfolyik a teljes atommagban a mikroszkopikus időfejlődés során
  - A makroszkopikus időfejlődés nehezen szimulálható (numerikus problémák miatt), analitikus közelítés szükséges, amelyhez valószínűleg segítséget nyújthatnak az előbbi megfigyelések

# Köszönetnyilvánítás

---

*Kulturális és Innovációs Minisztérium ÚNKP-22-6  
kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a  
Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból  
finanszírozott szakmai támogatásával készült.*

**Külön köszönet Fejős Gergelynek a témavezetéséért!**



NEMZETI KUTATÁSI, FEJLESZTÉSI  
ÉS INNOVÁCIÓS HIVATAL



Új Nemzeti  
Kiválóság Program

Köszönöm a figyelmet!

