

Stabil párosítások – Felvételi ponthatárok meghatározása

Berze TÖK Tábor

Kupás Vendel Péter

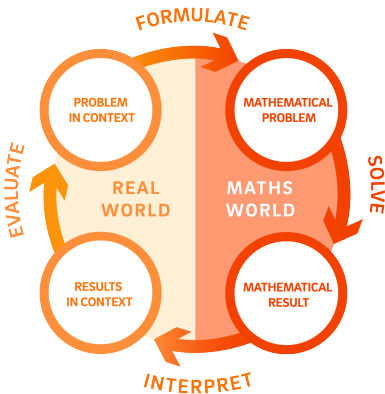
Eötvös Loránd Tudományegyetem, Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék

Parádfürdő, 2026.07.10.

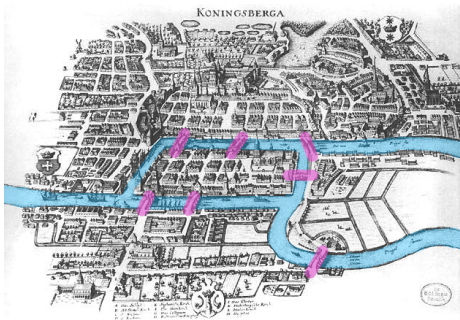
Matematikai modellezés

„Egy gyakorlati helyzet matematikai modellje nem más, mint annak az árnyéka az agy vásznán.”

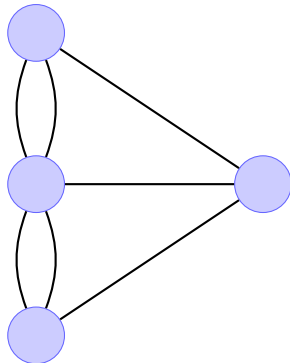
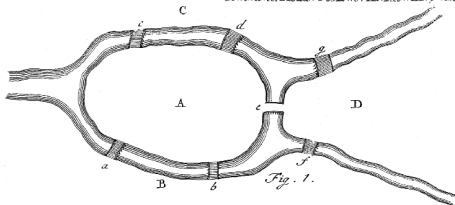
Rényi Alfréd



Irányítatlan gráfok

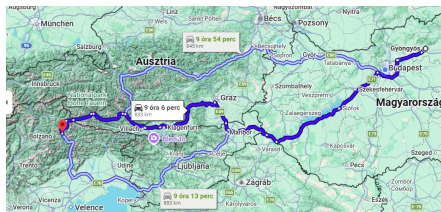


Comment. Acad. Sc. Tom VIII. Tab. VIII. p. 128.

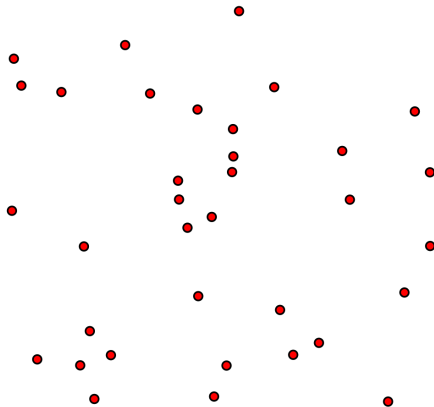


Modellezés gráfokkal

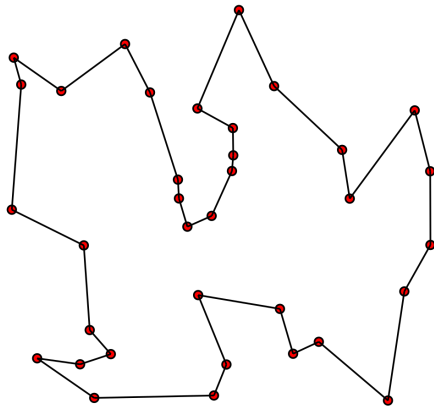
- Legrövidebb út
- Utazó ügynök
- Közösségi háló
- Erdős szám
- Térképszínezés
- Minimális hálózatépítés
- Folyamfeladatok



- Legrövidebb út
- Utazó ügynök
- Közösségi háló
- Erdős szám
- Térképszínezés
- Minimális hálózatépítés
- Folyamfeladatok



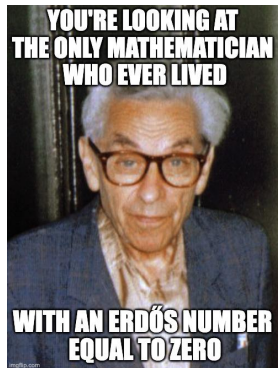
- Legrövidebb út
- Utazó ügynök
- Közösségi háló
- Erdős szám
- Térképszínezés
- Minimális hálózatépítés
- Folyamfeladatok



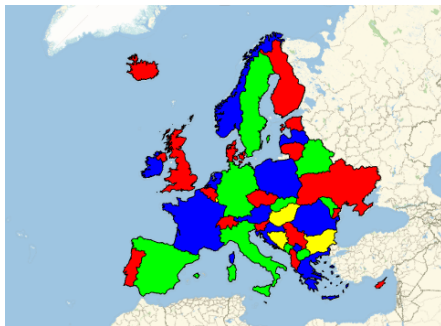
- Legrövidebb út
- Utazó ügynök
- Közösségi háló
- Erdős szám
- Térképszínezés
- Minimális hálózatépítés
- Folyamfeladatok



- Legrövidebb út
- Utazó ügynök
- Közösségi háló
- Erdős szám
- Térképszínezés
- Minimális hálózatépítés
- Folyamfeladatok



- Legrövidebb út
- Utazó ügynök
- Közösségi háló
- Erdős szám
- Térképszínezés
- Minimális hálózatépítés
- Folyamfeladatok

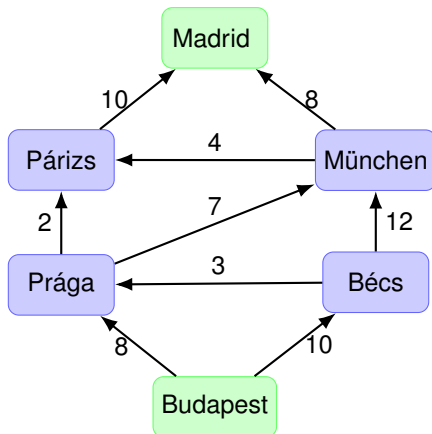


Modellezés gráfokkal

- Legrövidebb út
- Utazó ügynök
- Közösségi háló
- Erdős szám
- Térképszínezés
- Minimális hálózati építés
- Folyamfeladatok

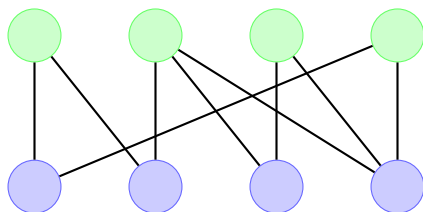


- Legrövidebb út
- Utazó ügynök
- Közösségi háló
- Erdős szám
- Térképszínezés
- Minimális hálózatépítés
- Folyamfeladatok



- Kőnig Dénes – páros gráfok, párosításelmélet, klasszikus gráfelmélet
- Erdős Pál – extrémális gráfelmélet, véletlen gráfok, Ramsey-elmélet
- Rényi Alfréd – véletlen gráfok, Erdős–Rényi-modell
- Turán Pál – extrémális gráfelmélet, Turán-típusú problémák
- Gallai Tibor – párosítások, színezések, strukturális gráfelmélet
- Lovász László – perfekt gráfok, algoritmikus gráfelmélet, gráflimeszek
- Bollobás Béla – extrémális gráfelmélet, véletlen gráfok, gráfpolinomok
- Babai László – gráfizomorfizmus, kombinatorikus algoritmusok
- Szemerédi Endre – extrémális gráfelmélet, regularitási lemma, sűrű gráfok
- Pach János – geometriai gráfelmélet, topologikus gráfok, metszésszámok
- Tardos Gábor – extrémális kombinatorika, algoritmikus kombinatorika
- Füredi Zoltán – extrémális gráfelmélet, hipergráfok, Turán-típusú problémák
- Győri Ervin – összefüggőség, körök gráfokban, minimax tételek
- Frankl Péter – extrémális halmazrendszerek, hipergráfok, metsző családok

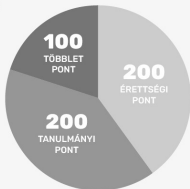
- A (V, E) gráf páros, ha léteznek $A, B \subset V$ diszjunkt, nemüres halmazok, hogy az A és B halmazokon belül nem megy él.
- Egy $M \subset E$ élhalmaz párosítás, ha minden csúcsra legfeljebb egy M -beli él illeszkedik.
- Egy $M \subset E$ élhalmaz teljes párosítás, ha párosítás, és minden csúcst lefed.



Egyetemi felvételi pontszámítás

Felvételi pontszámítás újdonságai • általános eljárás

2022



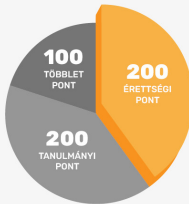
● TANULMÁNYI PONT

100 pont KÖZÉPSZKOLAI EREDMÉNY
Magyar nyelv és irodalom, történelem, matematika, idegen nyelv^a és egy választott természettudományos tantárgy

100 pont ÉRETTSÉGI ÁTLAG
A négy kötelező és egy szabadon választott vizsgatárgy

^a A középiskolai eredményhez legalább két évig tanult
^b Két évig tanult vagy két tárgyból egy évig tanult

2023



● TÖBBLET PONT

Az alábbiakért járhat többlet pont:

Emelt szintű érettségi vizsgaeredmény, nyelvtudás, esélyegyenlőség, felsőoktatási szakképzésben szerzett oklevél, tanulmányi, művelési és szakmai versenyeredmények, szakképesítés, sporteredmény, önkéntes tartalékos katonai szolgálat.

● ÉRETTSÉGI PONT

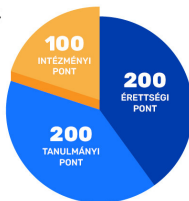
Meghatározott két érettségi vizsgatárgy százalékos eredményeinek összege, melyeket az előírt szinten kell teljesíteni.

● ÉRETTSÉGI PONT

2023-tól Minden alap- és osztályon képzésre vonatkozó legalább **egy emelt szintű érettségi kötelezettsége megszűnik**. A felsőoktatási intézmények az előre közzétett követelményekhez képest adott vizsgatárgyból **elfogadhatnak közép szintű érettségit** is emelt szint helyett.

2023-tól megszűnik a jogszabályi minimum pontszám.

2024



● TANULMÁNYI PONT

A felsőoktatási intézmények meghatározhatnak a középiskolai eredményekhez egy (több) középiskolai tantárgyat, és az érettségi átlaghoz egy **érettségi vizsgatárgyat**.

● ÉRETTSÉGI PONT

A felsőoktatási intézmények szakonként határozzák meg az érettségi pont számításához szükséges két érettségi tárgy esetében a figyelembe vehető **érettségi tárgyakat és azok szintjét**.

Az emelt szintű és a középszintű érettségi eredmény átszámítása:
100% emelt szintű érettségi = 100 pont, 100% középszintű eredmény = 67 pont

● INTÉZMÉNYI PONT

Az intézményi pontok körét a felsőoktatási intézmények határozzák meg, melyek a következők lehetnek: Emelt szintű érettségi vizsgaeredmény, nyelvtudás, felvételi vizsga, esélyegyenlőség, sporteredmény, kompetenciafelt. szakképesítés, munkatapasztalat, részképzésben való részvétel, felsőoktatási szakképzésben szerzett oklevél (stb...)

2024-től az intézmények meghatározhatnak szakonként minimum pontthattárt.

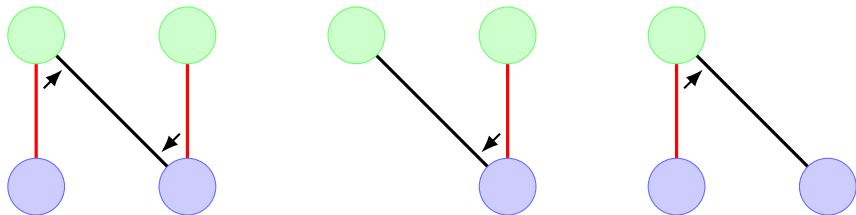


A tájékoztatás nem teljesítő. Részletek a felv.hu oldalon.

- Minden diák 3-6 helyre adhatja be a jelentkezését.
- A szakok meghatározzák, hogy kiket vesznek fel a kvótájuk szerint.
- Magyarországon ponthatárt húznak meg az egyetemek.
- Hogyan határozzák meg a ponthatárt?
 - Egymástól függetlenül
 - Központosítva
- Igazságosság:
 - Ha egy jelentkezőt nem vettek fel egy szakra, akkor a jelentkező került be jobb helyre, vagy a szakra csak jobb jelentkezőket vettek fel.
- Taktikázásmentesség, robosztusság

Stabil párosítás – Egyszerűbb probléma

- Tegyük fel, hogy minden kvóta 1 és szigorúak a preferencia sorrendek.
- Legyen M egy párosítás. Egy $e \notin M$ él blokkoló, ha valamelyik végpont szívesebben választaná a másikat, mint az M -beli párját.
- Egy párosítás stabil, ha nem létezik blokkoló él.



Gale – Shapley algoritmus

- **Tétel.** (Gale-Shapley, 1962) Mindig létezik stabil párosítás.
- **Bizonyítás.** Fiú - lány algoritmussal

Fiúk lépései

- Minden szabad fiú megkéri a számára legkedvezőbb olyan lányt, aki még nem utasította vissza.
- Ha visszautasítást kap, a következő körben a rangsorban következő lányt kéri meg.

Lányok lépései

- Minden lány ideiglenesen megtartja a számára legkedvezőbb ajánlatot.
- Ha később jobb ajánlatot kap, lecseréli az aktuális párját.

- **Tétel.** A G–S algoritmus fiú optimális stabil párosítást ad.
- **Tétel.** Minden stabil párosítás esetén pontosan ugyanazok a csúcsok fedettek.
- **Tétel.** A fiúknak nem éri meg taktikázni, de a lányoknak megérheti.

Diákok felől futtatott algoritmus

- Tegyük fel, hogy nincs holtverseny.

Diákok lépései

- Minden szabad diák ajánlatot tesz a számára legkedvezőbb olyan szaknak, aki még nem utasította vissza.
- Ha visszautasítást kap, a következő körben a rangsorban következő szakra tesz ajánlatot.

Egyetemek lépései

- Minden szak ideiglenesen megtartja a számára legkedvezőbb ajánlatokat a kvótája szerint.
- Ha később jobb ajánlatot kap, visszautasítja a kvótán túllógó diákokat.

- **Tétel.** Ez pontosan a diákok felőli futtatást eredményezi a széthúzás után.
- **Következmény.** Igazságos, diák-optimális, stratégiailag biztos

Egyetemek felől futtatott algoritmus

- Tegyük fel, hogy nincs holtverseny.

Egyetemek lépései

- Minden szak ajánlatot tesz a kvótája szerint a számára legkedvezőbb olyan diákoknak, akik még nem utasították vissza.
- Ha visszautasítást kap, a következő körben a rangsorban következő diákoknak tesz ajánlatot.

Diákok lépései

- Minden hallgató ideiglenesen megtartja a számára legkedvezőbb ajánlatot.
- Ha később jobb ajánlatot kap, visszautasítja az eddigit.

- **Tétel.** Ez pontosan az egyetemek felőli futtatást eredményezi a széthúzás után.
- **Következmény.** Igazságos, egyetem-optimális, megérheti taktikázni

Holtversenyek, egyéb sajátosságok

- Egy ponthatár stabil, ha egyik ponthatár sem csökkenthető a kvóták túllépése nélkül (mindenki visszautasításra kerül).
- A G–S algoritmusban az egyetemek így határozzák meg az aktuálisan felvett diákokat.
- **Tétel.** Ez az algoritmus a diák / egyetem felől futtatott verziója a diákoknak legjobb / legrosszabb ponthatárokat adja.
- **Tétel.** Ezek az algoritmusok nem stratégiailag biztosak.
- Egyéb sajátosságok:
 - Alsó kvóták $\rightarrow$ NP-teljes
 - Közös kvóták $\rightarrow$ NP-teljes
 - Szakpárok (tanári) $\rightarrow$ NP-teljes
 - Korlátos listák $\rightarrow$ taktikázás

Köszönöm a figyelmet!

Felhasznált irodalom

- [1] D. Gale and L. S. Shapley, *College Admissions and the Stability of Marriage*, The American Mathematical Monthly, 69(1), 9–15, 1962.
- [2] L. Euler, *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*, Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae, 8, 128–140, 1736.
- [3] Bíró Péter, *Stabil párosítási modellek és ezeken alapuló központi párosító programok*. Szigma, 37. 153–175. o. 2016.
- [4] Bíró Péter, *Student admissions in Hungary as Gale and Shapley envisaged*. Technical Report, TR-2008-291. University of Glasgow, Department of Computing Science, 2008
- [5] BME, Matematikai Modellalkotás szeminárium, 2013